Potentiel et champ électrostatique

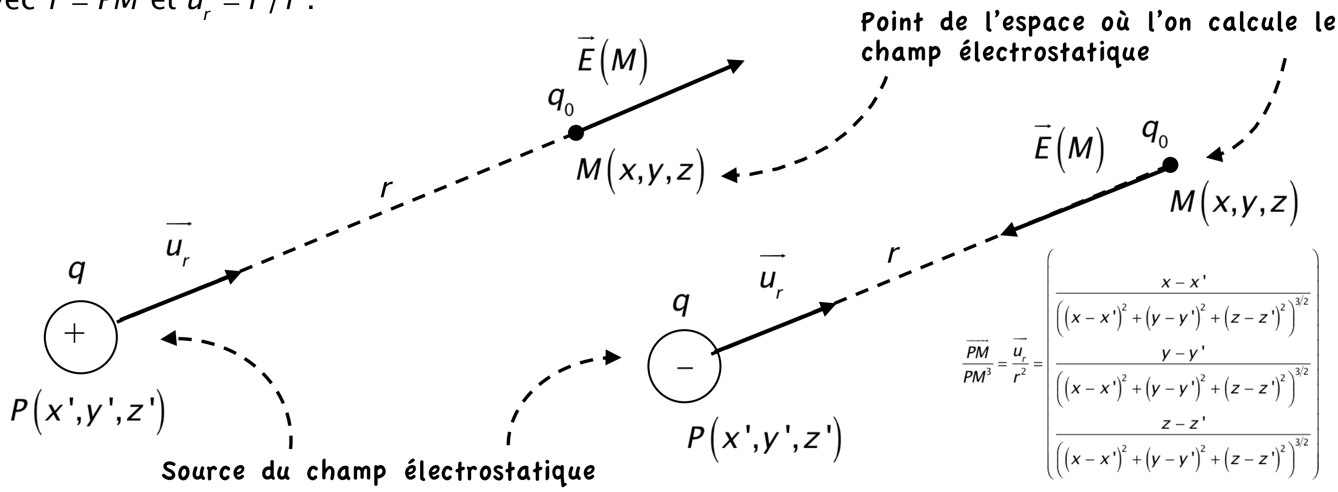
1) Introduction

a) Le champ électrostatique

Le **champ électrostatique** $\vec{E}(M)$ (grandeur vectorielle), en un point $M(x,y,z)$ quelconque de l'espace, créé par une particule de charge q placée en un point $P(x',y',z')$ d'un référentiel d'étude galiléen, est donné par :

$$\boxed{\vec{E}(M)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{u_r}}{r^2}}$$

avec $r=PM$ et $\overrightarrow{u_r}=\vec{r}/r$.



Une particule chargée produit un champ électrostatique en chaque point de l'espace. Ainsi une particule-test de charge q_0 placée au point M quelconque (repéré par ses coordonnées cartésiennes) va subir une force donnée par :

$$\boxed{\vec{F}(M)=q_0\vec{E}(M)=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{u_r}}{r^2}\quad\left(\text{Analogie: } q_0\leftrightarrow m,\ \vec{E}(M)\leftrightarrow\vec{g}(M)\right)}$$

Il s'agit simplement de l'interaction électrostatique entre deux charges électriques (loi de Coulomb). Nous verrons plus en détail, dans le cours d'électrostatique, l'intérêt fondamental d'un point de vue pratique et conceptuel d'introduire la notion de champ (électrostatique, magnétostatique…). On peut déjà noter qu'au lieu de considérer qu'une particule agit sur une autre particule, on peut dire qu'elle produit un champ dans tout l'espace et qu'une particule se trouvant dans ce champ subira une certaine force.

b) Le potentiel électrostatique

Nous verrons que l'on peut exprimer le champ $\vec{E}(M)$ par un champ scalaire : le **potentiel électrostatique** $V(M)$. Nous verrons aussi que $\vec{E}(M)$ et $V(M)$ sont reliés par la relation : $\vec{E}(M)=-\overrightarrow{grad}\,V(M)$ soit en coordonnées cartésiennes par :

$$\boxed{E_x(x,y,z)=-\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial x},\ E_y(x,y,z)=-\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial y},\ E_z(x,y,z)=-\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial z}}$$

Ainsi (par intégration) le potentiel électrostatique $V(M)$ en un point $M(x,y,z)$ de l'espace créé par une charge q, placée en un point P d'un référentiel d'étude galiléen, a pour expression :

$$\boxed{V(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}}$$

en prenant comme constante d'intégration $V(\infty)=0$.

Le but de ce TD d'informatique est de d'étudier la **topographie** du potentiel électrostatique et du champ électrostatique associé.

2) <u>Charge positive à l'origine (0,0) du plan *xOy*</u>

Nous allons travailler dans un espace à deux dimensions (celui de l'écran de l'ordinateur) ainsi $V=V(x,y)$. Nous prendrons comme valeur numérique pour simplifier les expressions : $q/4\pi\varepsilon_0=1$ soit $V(x,y)=1/r$, en coordonnées cartésiennes : $V(x,y)=1/\sqrt{x^2+y^2}$.

⌨ Introduire la fonction potentiel électrostatique $V(x,y)$ en tout point du plan xOy par l'expression $V=\left(x^2+y^2\right)^{-1/2}$.

Charger le package ***plots*** avec ***with(plots)***, indispensable pour les instructions ***implicitplot*** et ***gradplot***.

⌨ Tracer un réseau d'équipotentielles en définissant une séquence pour des valeurs de potentiels de 1 à 5 et en utilisant ***implicitplot***. L'option ***numpoints*** permet d'augmenter la résolution.

Une équipotentielle correspond à l'ensemble des points de l'espace qui ont la même valeur de $V(x,y)$. En 2D, il s'agit d'un réseau de courbes (dans le cas présent, quelle est la forme géométrique de ces courbes ?), en 3D, il s'agit d'un réseau de plan.

⌨ Représenter la surface $V(x,y)$ avec ***plot3d.***

Faire varier l'angle de vue pour choisir le plus démonstratif et faire apparaître les lignes équipotentielles.

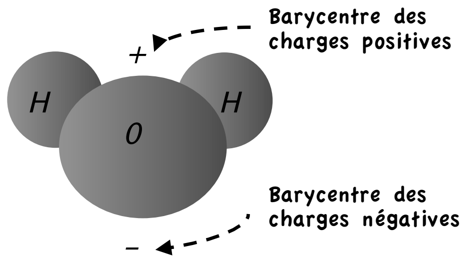
⌨ La commande ***gradplot*** permet à partir de l'expression de $V(x,y)$ de tracer la carte du champ électrostatique $\vec{E}(x,y)$ correspondant (par intégration). Cela suppose au préalable de modifier $V=\left(x^2+y^2\right)^{-1/2}$ par $W=\left(x^2+y^2+0.1\right)^{-1/2}$ pour éviter que le champ ne soit trop grand au voisinage des charges. En effet le champ $\vec{E}(x,y)$ n'est pas défini sur la charge, il diverge, comme $V(x,y)$.

⌨ Superposer équipotentielles et vecteurs champ $\vec{E}(x,y)$ par ***display***. Conclusion.

⌨ Reprendre les questions précédentes en prenant cette fois une charge négative, il suffit de faire la substitution $q/4\pi\varepsilon_0=1 \leftrightarrow q/4\pi\varepsilon_0=-1$. Comparer les deux situations.

3) <u>Une charge positive aux point (−1,0) et une charge négative aux point (+1,0) du plan *xOy*</u>

Cette distribution de charge correspond à ce que l'on appelle un **dipôle électrostatique**. Une molécule comme la molécule d'eau se comporte d'un point de vue électrique comme un dipôle électrostatique. En effet le barycentre des charges positives et le barycentre des charges négatives de la molécule d'eau ne se superposent pas. La molécule d'eau produit en tout point de l'espace un champ électrostatique correspondant à celui d'un dipôle électrostatique. Ce champ joue un rôle important dans l'interaction entre molécules.



⌨ Introduire le potentiel $V(x,y)$ total en tout point du plan xOy en ajoutant le potentiel créé par chaque charge (comme précédemment) .

Pour utiliser ***gradplot*** penser à utiliser la nouvelle fonction $W=\left(x^2+y^2+0.1\right)^{-1/2}$.

⌨ Représenter la surface $V(x,y)$, tracer les équipotentielles et la carte du champ électrostatique $\vec{E}(x,y)$. Comparer l'allure des équipotentielle et du champ électrostatique à grande distance des deux charges avec les résultats obtenus pour une charge unique.

⌨ Vous pouvez reprendre les questions précédentes pour des charges dans un rapport 2 ou 3 par exemple.

4) <u>Quatre charges égales (ou pas) aux points (+1,+1) (−1,+1) (−1,−1) et (+1,−1) du plan *xOy*</u>

⌨ Même travail en modifiant le moins possible ce que vous avez déjà réalisé.