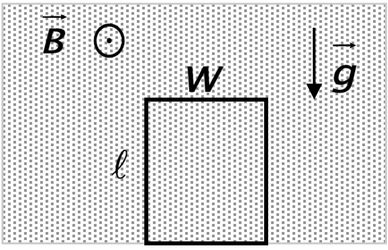
Electromagnétisme série n°3 : Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

Exercice 1 : Freinage magnétique

On considère un circuit conducteur filiforme de forme rectangulaire (longueur ℓ, largeur w, résistance R ; masse m). A l'instant initial, ce dernier se trouve dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme comme indiqué sur la figure. A partir ce cette position de repos, on laisse le cadre « tomber » librement de la région où règne le champ $\vec{B}$ vers la région sans champ.



a) Déterminer la force de freinage que subit le cadre rectangulaire.
b) Déterminer l'équation différentielle du mouvement du cadre et en déduire l'expression de sa vitesse $v(t)$. Jusqu'à quand l'expression de cette dernière est-elle valable ? Que se passe-t-il ensuite ?
c) Que se passe-t-il si, au départ, on avait remplacé une portion du cadre par un isolant électrique ?

Exercice 2 : Freinage par courant induit

Freinage par courants induits

Deux spires circulaires métalliques identiques, de rayon a ont leurs centres situés à l'origine O de l'espace. L'une est d'axe Ox, l'autre d'axe Oy (Fig. 29). On note R la résistance électrique de chaque spire et on néglige son inductance propre.
Un dipôle magnétique, également situé en O, est animé d'un mouvement de rotation, à vitesse Ω constante, dans le plan xOy (Fig. 29). On admet que lorsque l'angle que fait le moment dipolaire avec l'axe d'une spire est égal à θ, le flux du champ créé dans cette spire s'écrit $\Phi = \Phi_0 \cos\theta$, où Φ_0 est une constante qu'on ne cherchera pas à calculer.

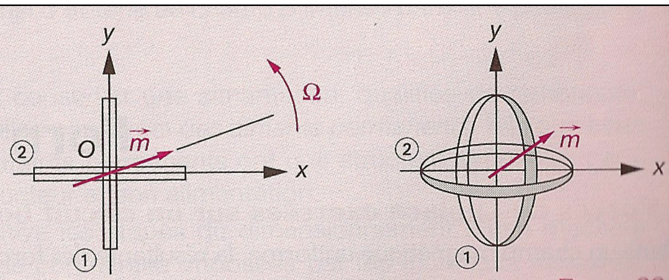


Figure 29

1. On choisit l'origine des temps de telle manière que l'angle que fait le moment dipolaire avec $\vec{u}_x$ s'écrive $\theta(t) = \Omega t$. Établir les expressions des intensités induites dans les deux bobines. Que peut-on dire des propriétés comparées de ces deux intensités ?

2. Exprimer la puissance dissipée par effet Joule à chaque instant, dans chaque spire, puis au total. Commenter le résultat.

3. Le dipôle est mis en rotation à la vitesse angulaire Ω_0 à l'origine des temps. La liaison maintenant la rotation autour du point O est considérée sans frottement et on prend en compte l'inertie du dipôle tournant.
Définir un temps caractéristique pour ce système.

4. Préciser le portrait de phase décrivant le régime dynamique et représenter l'évolution de la vitesse au cours du temps.

5. Quelle est l'influence de l'inertie du dipôle sur la durée de freinage ? Quel est l'effet d'un doublement de la valeur de la résistance R de la spire ?

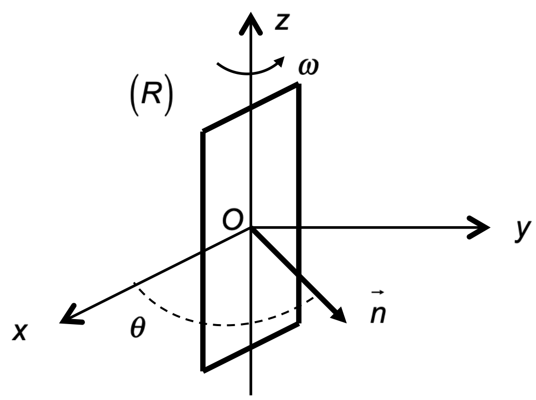
6. Les intensités induites dans les spires sont responsables de l'existence d'un champ magnétique $\vec{B}_i$. Quelle est son évolution au centre O des spires ? Quelle est son action sur le dipôle ?

Exercice 3 : Moteur asynchrone

Le moteur électrique de type asynchrone est présent dans de nombreuses applications, notamment dans le transport (métro, trains, propulsion des navires), dans l'industrie (machines-outils), dans l'électroménager. Il existe aussi aujourd'hui des génératrices asynchrones. C'est par exemple le cas dans les éoliennes.

Dans cet exercice le rotor, partie rotative du moteur électrique noté (R), est décrit d'un point de vue mécanique comme un solide mobile autour d'un axe fixe vertical Oz de moment d'inertie J. Il est freiné dans sa rotation de vitesse angulaire ω par rapport à Oz par des forces de frottement fluide dont le moment par rapport à Oz est de la forme $-h\omega$.

D'un point de vue électromagnétique, le rotor est constitué d'une bobine plate rectangulaire, de centre O, comportant N spires superposées (en série) ; cette bobine est fermée sur elle même. Les spires ont même aire S dont le vecteur normal $\vec{n}$ appartient au plan horizontal xOy dans lequel sa rotation est repérée par l'angle $\theta = \left(\overrightarrow{u_x}, \vec{n}\right)$ avec $\dot{\theta} = \omega$.



On note respectivement R et L la résistance et l'inductance du circuit ainsi constitué et $i(t)$ l'intensité qui le parcourt à l'instant t. Initialement immobile et siège d'aucun courant, (R) est soumis à l'action du champ magnétique extérieur uniforme et de module B dont la direction contenu dans le plan xOy est repéré par l'angle $\omega_0 t = \left(\overrightarrow{u_x}, \vec{B}\right)$.

1°) Calculer le moment Γ, par rapport à Oz, des forces de Laplace qui s'exercent sur (R). On notera $\Phi_0 \equiv NBS$ et $\psi \equiv \omega_0 t - \theta$. Quel est le sens physique de ces paramètres ?

2°) Ecrire une équation, noté (M), qui exprime le comportement mécanique de (R).

3°) Ecrire une équation, noté (E), qui exprime le comportement électrocinétique de (R). On admet ici la validité de la loi de Faraday pour un circuit mobile dans un champ magnétique variable.

4°) Dans cette question, on néglige le champ magnétique propre du circuit devant le champ magnétique extérieur et on suppose que les variations de ω sont lentes devant celle de ψ.

- Donner une expression de la moyenne temporelle $\langle \Gamma \rangle$ du couple qui s'exerce sur (R).
- Le moteur peut-il démarrer seul ?
- En régime établi, quelle est la vitesse angulaire de rotation ?
- Ce point de fonctionnement est-il stable ? On pourra faire une analyse graphique.

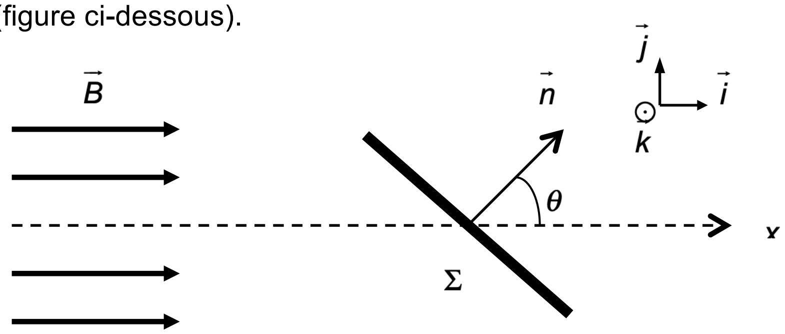
5°) On revient à l'étude générale sans les approximations précédentes.

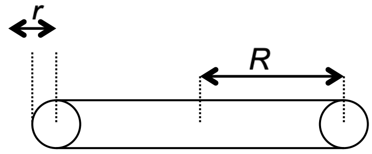
- Faire apparaître un bilan énergétique dont on commentera la signification physique, en identifiant en particulier dans cette expression la puissance fournie au moteur par l'extérieur.
- En régime établi, calculer le rendement du moteur.

6°) Proposer une réalisation matérielle simple du « champ tournant » qui fasse appel au courant alternatif fourni par le secteur sans intervention d'aucune pièce mobile. Quelle sera la vitesse de rotation maximale ?

Exercice 4 : Rotation d'une spire supraconductrice

On considère une spire Σ de forme torique à section circulaire, de rayon moyen $R = 5$ cm et de petit rayon $r = 0{,}2$ mm (figure ci-dessous).





section méridienne de la spire Σ

La spire est constituée de plomb, matériau dont la conductivité à température ambiante vaut $\sigma = 4{,}8 \times 10^6$ S.m^{-1}. Un aimant produit un champ magnétique uniforme dans la région où Σ peut se déplacer, $\vec{B} = B_o \vec{i}$, avec $B_o = 0{,}01$ T. La spire peut librement tourner autour de $\vec{k}$. Σ est orienté par un vecteur unitaire $\vec{n}$ porté par son axe. Ses rotations sont repérées par l'angle $\theta = \left(\vec{i}, \vec{n}\right)$.

1°) Déterminer littéralement puis numériquement la résistance R de la spire à température ambiante.

2°) L'inductance propre de la spire est donnée par : $L = \mu_0 R \left[\ln\left(\frac{8R}{r}\right) - \frac{7}{4} \right]$ pour $R \gg r$. Calculer l'inductance de Σ et comparer sa valeur à des ordres de grandeur connus. On donne $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$ kg.m.A^{-2}.s^{-2}.

3°) Déterminer le flux Φ_o du champ magnétique à travers la spire lorsque $\theta = 0$.

4°) La spire se trouve initialement dans une position $\theta = 0$ et elle est plongée dans l'hélium liquide et perd toute résistance mesurable. Elle n'est le siège d'aucune force électromotrice et n'est parcourue par aucun courant. Un opérateur extérieur effectue de façon quasi statique la rotation de $\theta = 0$ à $\theta = \pi/2$. Calculer l'intensité $i(\theta)$ au cours de l'opération et analyser l'évolution.

5°) Donner la valeur littérale puis numérique de la valeur maximale de i notée I_0. Calculer la puissance P que dissiperait le courant I_0 si Σ était à la température ambiante. Commenter le résultat.

6°) Donner la valeur littérale puis numérique de l'énergie emmagasinée dans le champ magnétique propre de Σ.

7°) Calculer de même l'intensité B_p du champ magnétique propre créé par Σ en son centre dans la position $\theta = \pi/2$. Comparer B_p et B_o. Conclusion.

8°) Exprimer en fonction des données et de θ le moment $\overrightarrow{M_{op}}$ du couple exercé par l'opérateur. Calculer la norme de la valeur maximale M_0 de ce moment au cours de l'opération réalisée.

9°) Calculer le travail W_{op} fourni par l'opérateur qui a réalisé la rotation de Σ. Commenter le résultat.

10°) Σ étant en position $\theta = \pi/2$, on retire le bain d'hélium liquide dans lequel elle se trouvait. Elle retrouve instantanément sa résistance R. Dans le cadre du modèle proposé, décrire l'évolution ultérieure de $i(t)$ en faisant apparaître une constante de temps τ que l'on déterminera littéralement puis numériquement. Conclure sur la cohérence du modèle adopté.

11°) En restant dans le cadre du modèle de la question précédente, faire un bilan énergétique de l'évolution décrite.