

**Electrostatique série 2 : Théorème de Gauss et potentiel électrostatique****Exercice 1 : Cylindre infini ♦♦**

Soit un cylindre infini d'axe noté  $(Oz)$ , de rayon  $R$  et de densité volumique de charge uniforme  $\rho$ .

a) Déterminer le champ électrostatique  $\vec{E}(r)$  en fonction de la distance  $r$  par rapport à l'axe du cylindre, aussi bien à l'intérieur du cylindre qu'à l'extérieur du cylindre.

Pour ce faire, on suivra les étapes suivantes :

- Utilisation des propriétés de symétrie de la distribution de charge pour trouver la direction du vecteur  $\vec{E}$  et de quelles variables il dépend.
- Choix de la surface de Gauss qui possède les mêmes propriétés de symétrie que la distribution de charges.
- Application du théorème de Gauss pour  $r < R$  et  $r > R$ .

On tracera sur un graphe  $\vec{E}$  en fonction de  $r$ .

b) A partir de la relation  $\vec{E} = -\text{grad } V$ , déterminer  $V(r)$  pour  $r < R$  et  $r > R$ . On tracera sur un graphe  $V$  en fonction de  $r$ . En coordonnées cylindriques, on a :

$$\text{grad } V = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z.$$

Il faut penser à utiliser la continuité de  $V$  en  $r = R$ . On prendra comme constante d'intégration une valeur arbitraire  $V_0$ .

**Exercice 2 : Sphère creuse de charge surfacique uniforme ♦♦**

On considère une sphère creuse de centre  $O$ , de rayon  $R$ , portant la charge surfacique uniforme  $\sigma$ . Sa charge est notée  $q = 4\pi R^2 \sigma$ .

En suivant la démarche précédente, déterminer  $\vec{E}$  et  $V$  pour  $r < R$  et  $r > R$ .

En coordonnées sphériques, on a :  $\text{grad } V = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$  avec  $\theta$  et  $\varphi$  des physiciens.

Attention :  $\vec{E}$  est discontinu à la traversée de la surface alors que  $V$  est continu.

**Exercice 3 : Champ électrostatique à l'intérieur de l'atome d'hydrogène ♦♦♦♦**

Un atome d'hydrogène est constitué d'un proton de charge  $+q = 1,6 \times 10^{-19}$  C et d'un électron de charge  $-q = -1,6 \times 10^{-19}$  C. Le proton peut-être considéré comme un point ponctuel fixe en  $r = 0$ , le centre de l'atome.

Le mouvement de l'électron autour du noyau a pour conséquence que sa charge peut-être considérée comme répartie autour du proton avec une distribution sphérique de charge de

la forme  $\rho(r) = -\frac{q}{\pi a_0^3} e^{-\frac{2r}{a_0}}$ .  $a_0 = 5,29 \times 10^{-11}$  m est appelé le rayon de Bohr.

a) Trouver la charge totale de l'atome d'hydrogène qui est comprise dans une sphère de rayon  $r$  centré sur l'atome d'hydrogène. Que se passe-t-il quand  $r \rightarrow \infty$ , expliquer ce résultat.

b) Trouver le champ électrostatique  $\vec{E}$  créé par l'atome d'hydrogène en fonction de  $r$  (utiliser le théorème de Gauss). Tracer sur un graphe  $E$  en fonction de  $r$ .