

# LENTILLES SPHERIQUES MINCES

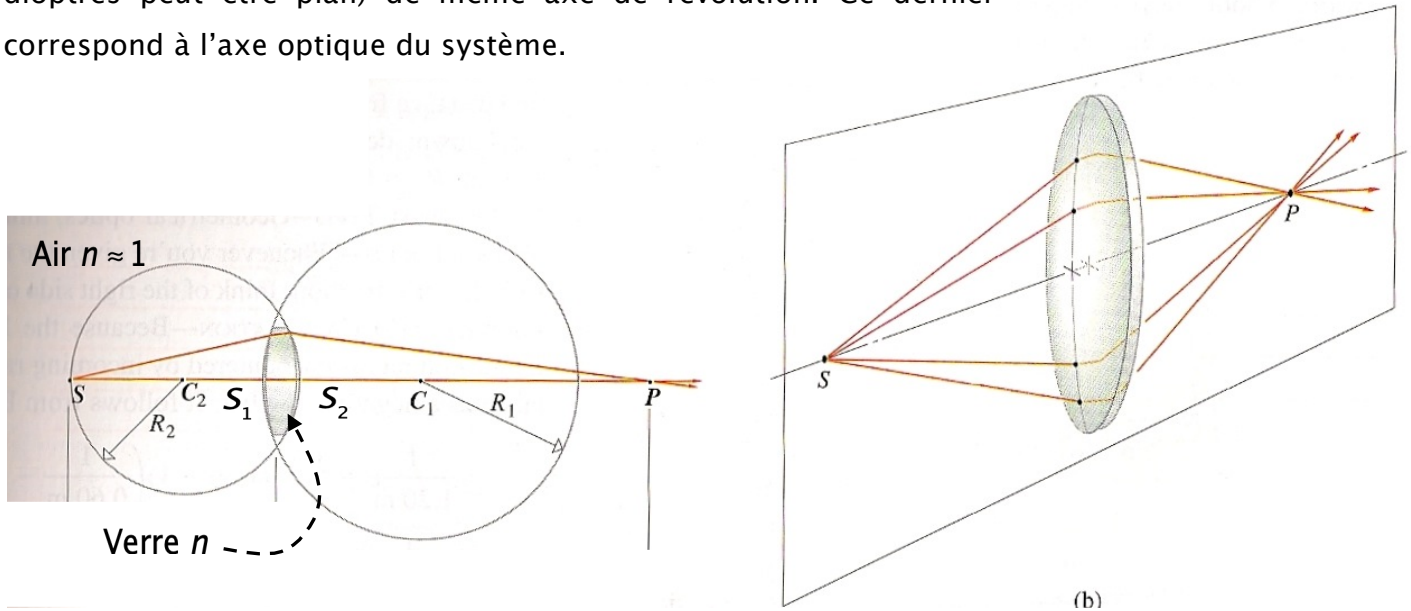
« Que serait la lumière sans les êtres qui la perçoivent ? »  
de Philippe Montillier

## I – Généralités

Nous allons étudier le **système optique par transmission** le plus utilisé dans les instruments d'optique : les lentilles.

### 1.1 Lentille sphérique

Une **lentille sphérique** est une portion de milieu transparent homogène limitée par deux dioptries sphériques (un des deux dioptries peut être plan) de même axe de révolution. Ce dernier correspond à l'axe optique du système.



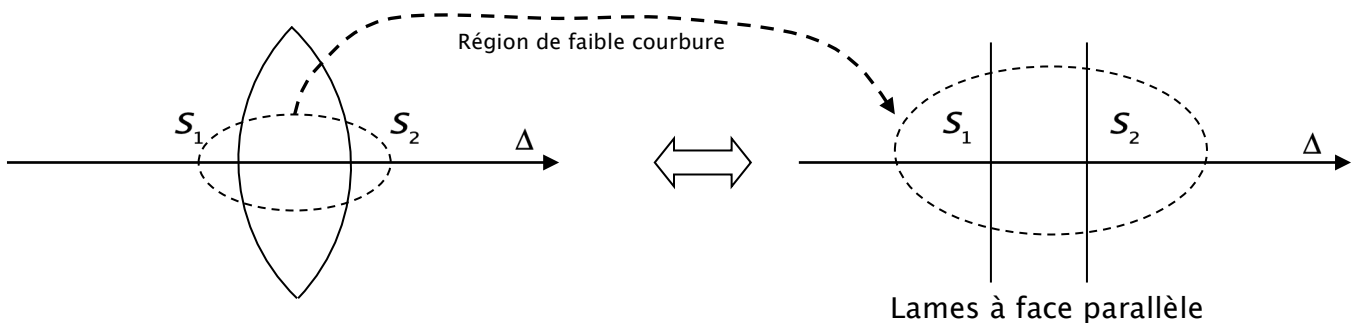
### 1.2 Lentille sphérique mince

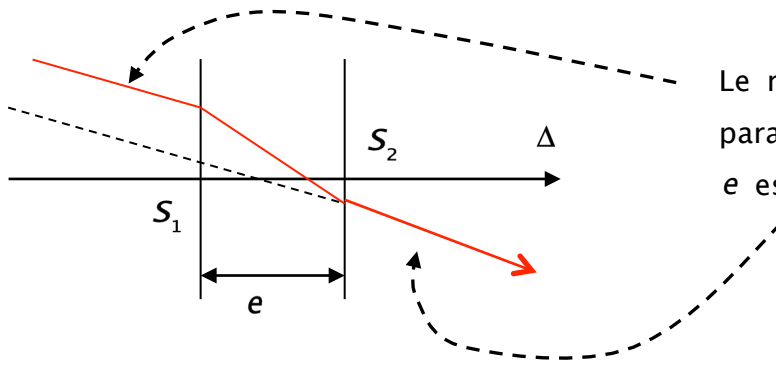
Soit  $e = S_1S_2$  et  $d = C_1C_2$ . Une lentille sphérique est dite mince si :  $e \ll C_1S_1 \quad e \ll C_2S_2 \quad e \ll d$

Dans ces conditions, on peut dire que :  $S_1 \approx S_2 \approx O =$  le centre optique

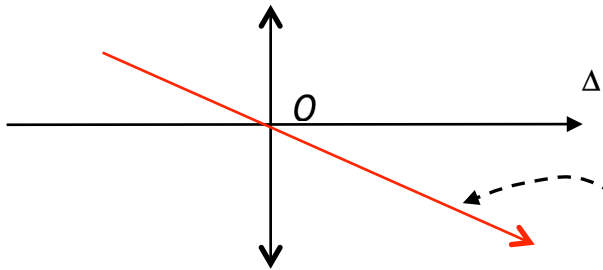
### 1.3 Rayon qui passe par le centre optique

Au voisinage de l'axe optique, la lentille est équivalente à une lame à **face parallèle**.





Le rayon émergent et le rayon incident sont parallèles. Le décalage devient négligeable si  $e$  est faible.



Modélisation d'une lentille convergente

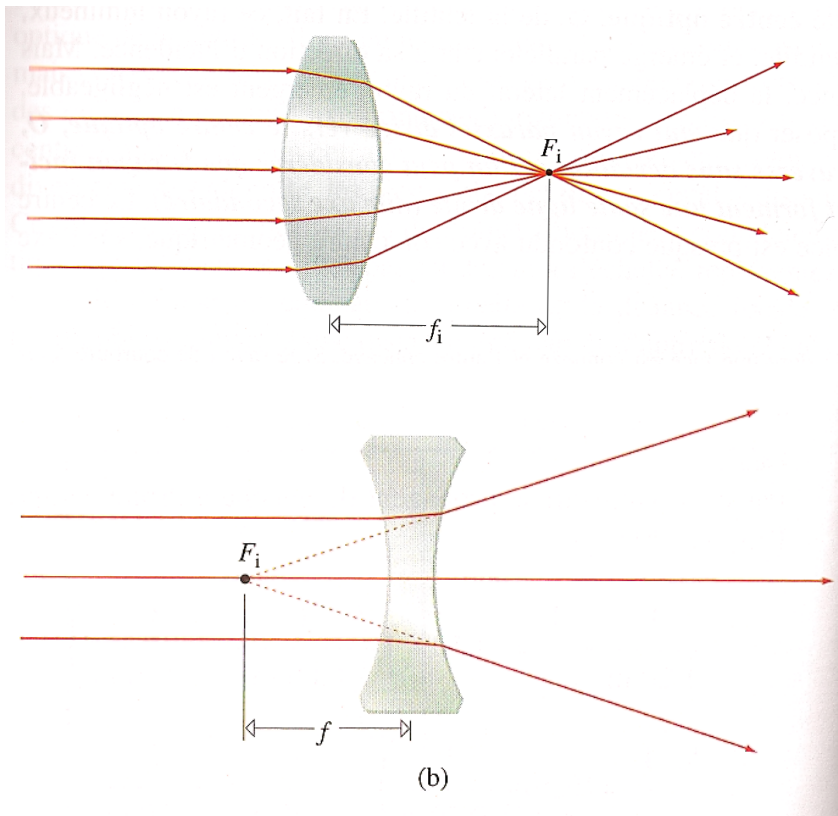
On peut **modéliser** une lentille (ici convergente) par le schéma ci-contre :






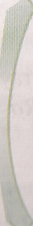
Tout rayon passant par le centre optique n'est pas dévié.



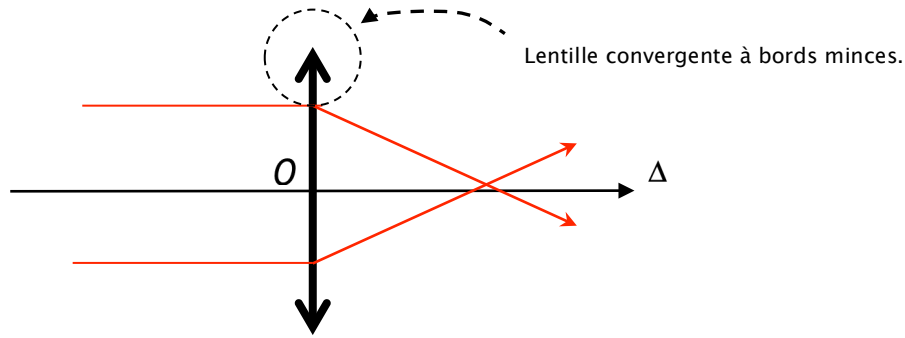
### 1.4 Deux types de lentille

a) Lentille convergente : « referme » le faisceau de lumière



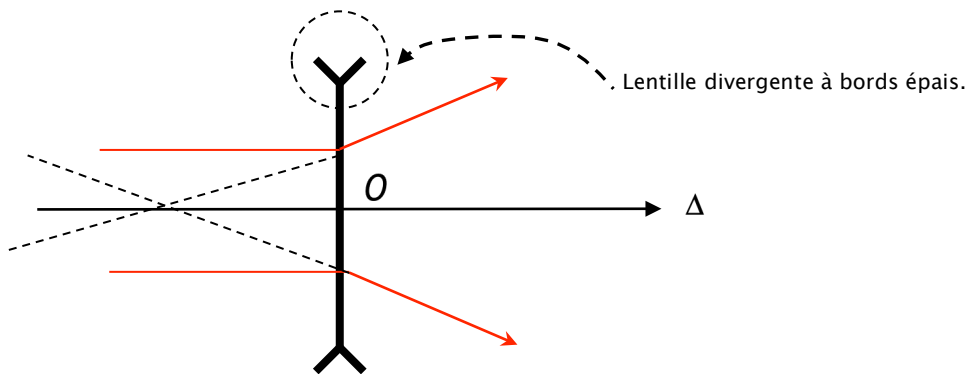
Convergente	Divergente
 Biconvexe $R_1 > 0$ $R_2 < 0$	 Biconcave $R_1 < 0$ $R_2 > 0$
 Plan convexe $R_1 = \infty$ $R_2 < 0$	 Plan concave $R_1 = \infty$ $R_2 > 0$
 Ménisque convergent $R_1 > 0$ $R_2 > 0$	 Ménisque divergent $R_1 > 0$ $R_2 > 0$

Il existe plusieurs types de lentilles convergentes : biconvexe, plan convexe, ménisque convergent (voir figures page suivante). Nous utiliserons désormais le schéma équivalent suivant pour représenter une lentille convergente :



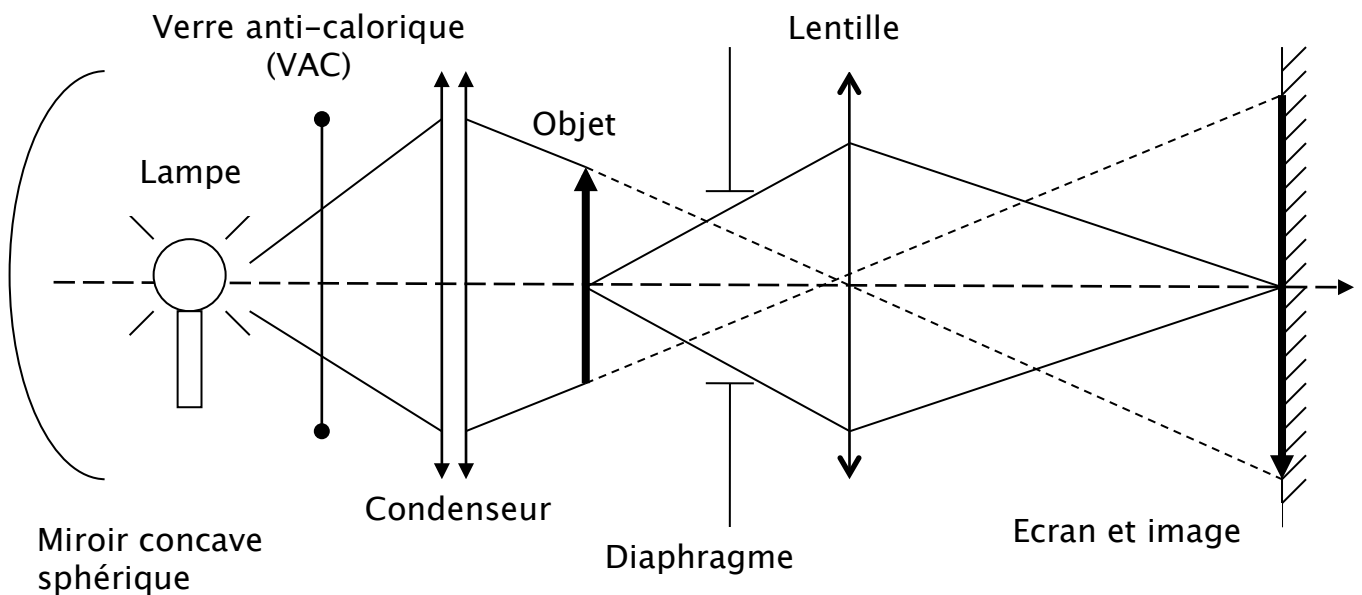
**b) Lentille divergente : « ouvre » le faisceau de lumière**

Il existe plusieurs types de lentilles divergentes : biconcave, plan concave, ménisque divergent (voir figures ci-dessus). Nous utiliserons désormais le schéma équivalent suivant pour représenter une lentille divergente :



**II – Approximation de Gauss et stigmatisme**

Expérience: Formation d'une image avec une lentille convergente (voir TP cours d'optique).



On obtient une image nette si on **diaphragme le faisceau** qui arrive sur la lentille et si **l'objet n'est pas trop éloigné de l'axe optique**. Nous sommes alors dans les conditions de Gauss, on ne garde que les **rayons paraxiaux** (peu inclinés et peu éloignés de l'axe optique). Il faut noter qu'avec le diaphragme l'image est plus nette mais elle est moins lumineuse (il faut trouver un compromis). Nous retiendrons la conclusion suivante :

- Nous pouvons associer, à tout objet  $A$  ponctuel se trouvant sur l'axe optique, une image quasi ponctuelle  $A'$  sur l'axe optique (éventuellement à l'infini). On a un **stigmatisme approché**.
- L'image  $A'B'$  d'un objet  $AB$ , de petite dimension, perpendiculaire à l'axe optique, est également perpendiculaire à l'axe optique. On a un **aplanétisme approché**.



### III – Les éléments cardinaux d'une lentille mince

Il s'agit des éléments essentiels d'une lentille.

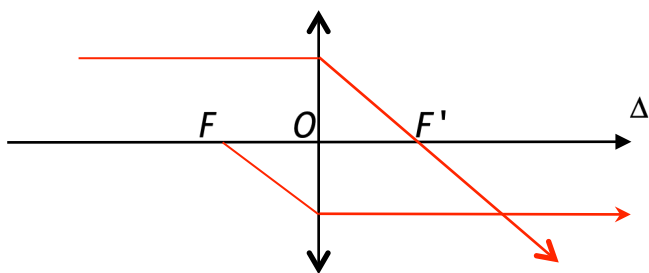
#### 3.1 Le centre optique $O$

On a déjà vu que le centre optique  $O$  d'une lentille mince est confondu avec les sommets  $S_1$  et  $S_2$ . Tout rayon qui passe par le centre optique n'est pas dévié.

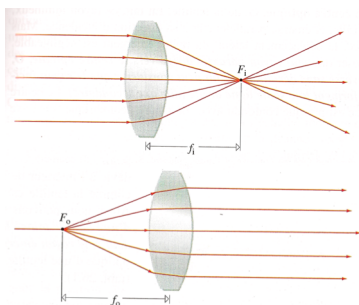
#### 3.2 Foyers principaux et foyers secondaires

- Le **foyer principal image  $F'$**  est l'image d'un point situé à l'infini et émettant des rayons parallèles à l'axe optique.
- Le **foyer principal objet  $F$**  est le point objet de l'axe optique dont l'image se trouve à l'infini dans la direction de l'axe optique.

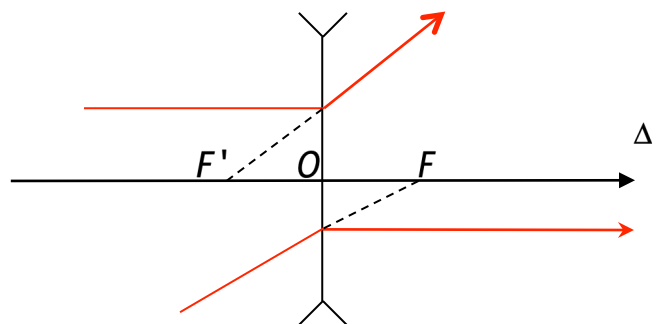
##### Lentille convergente



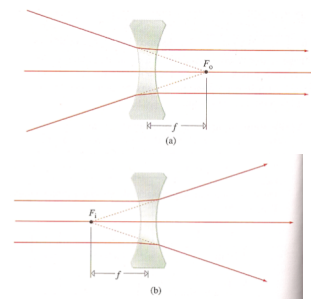
$F$  et  $F'$  sont réels et symétriques par rapport au centre optique  $O$ .



##### Lentille divergente



$F$  et  $F'$  sont virtuels et symétriques par rapport au centre optique  $O$ .





Notations importantes:

$f \equiv$  distance focale objet  $\equiv \overline{OF}$      $f' \equiv$  distance focale image  $\equiv \overline{OF'}$

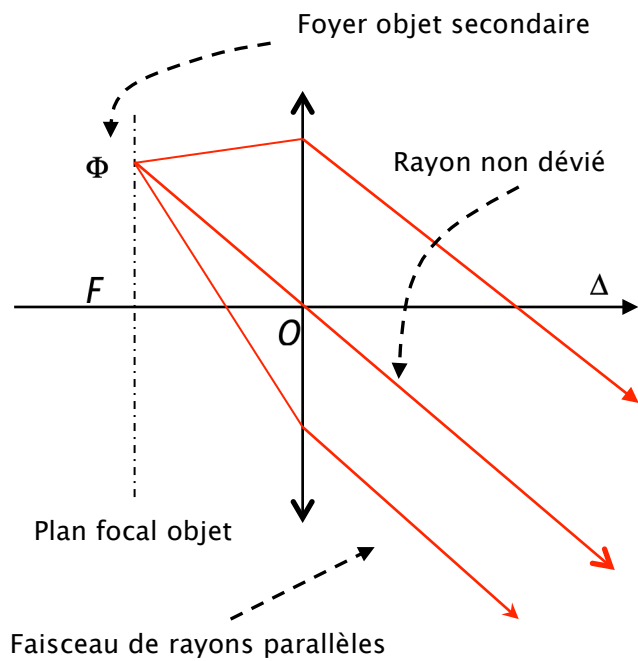
Propriété des lentilles minces

$$f = -f'$$

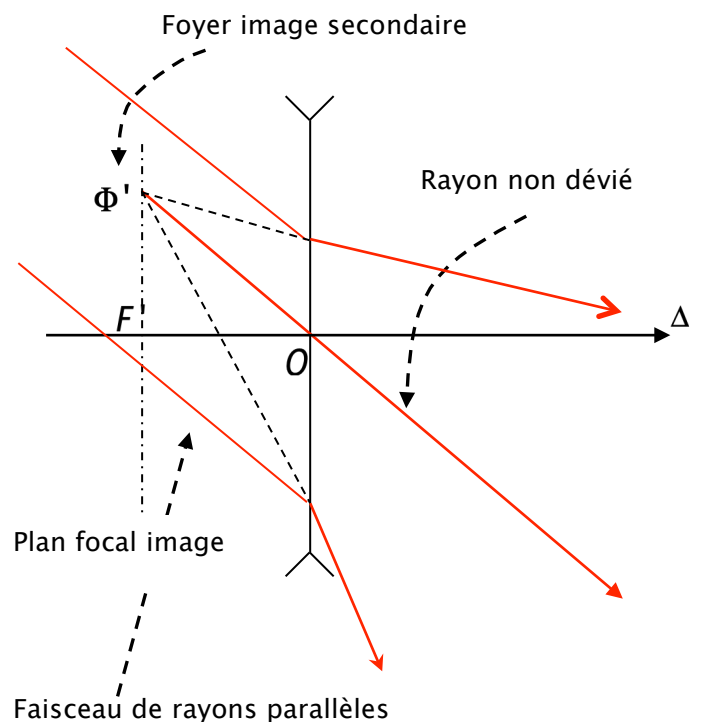
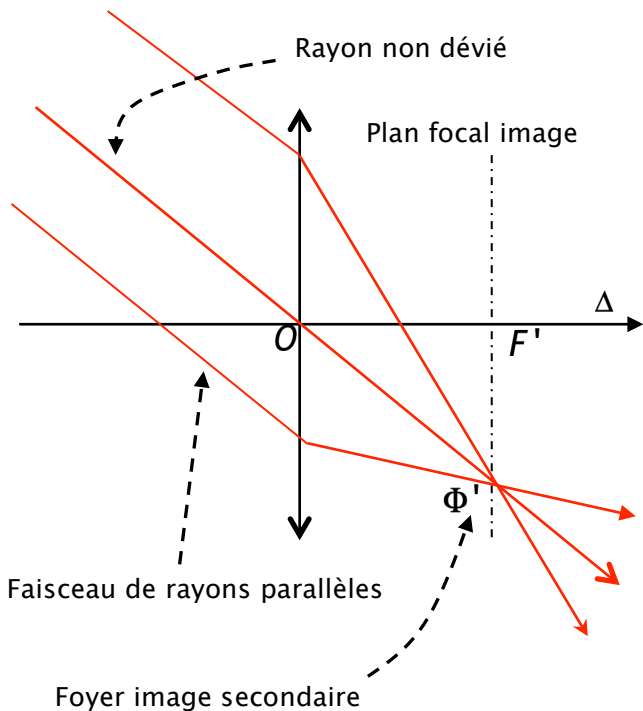
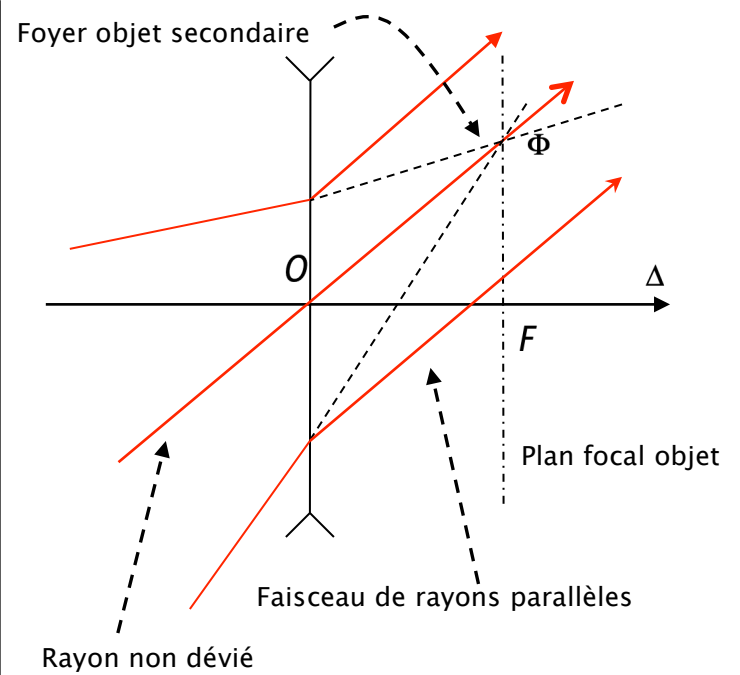


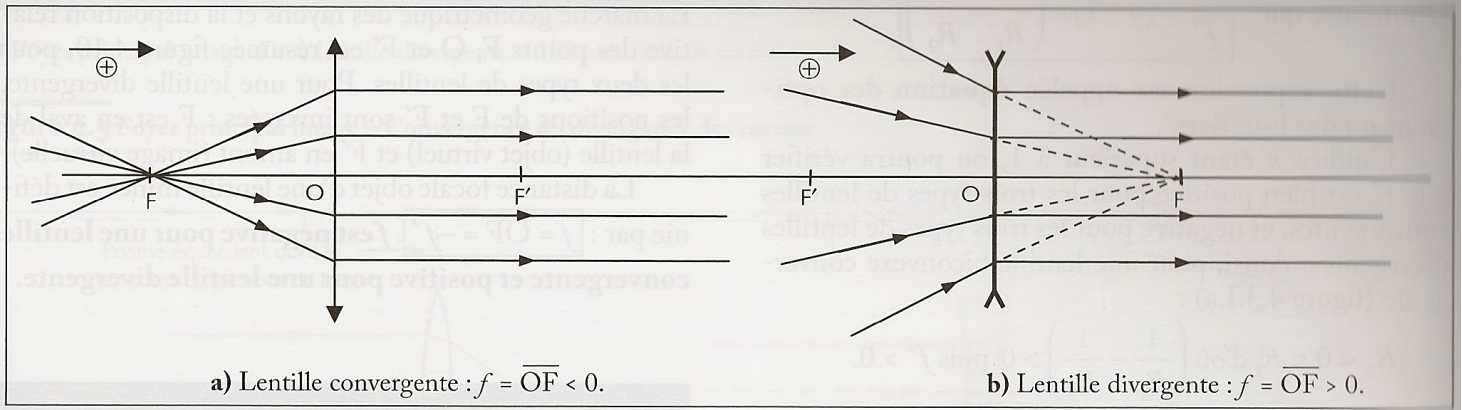
$$V(\text{en m}^{-1} \text{ ou dioptrie } \delta) \equiv \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

**Lentille convergente** :  $V > 0$

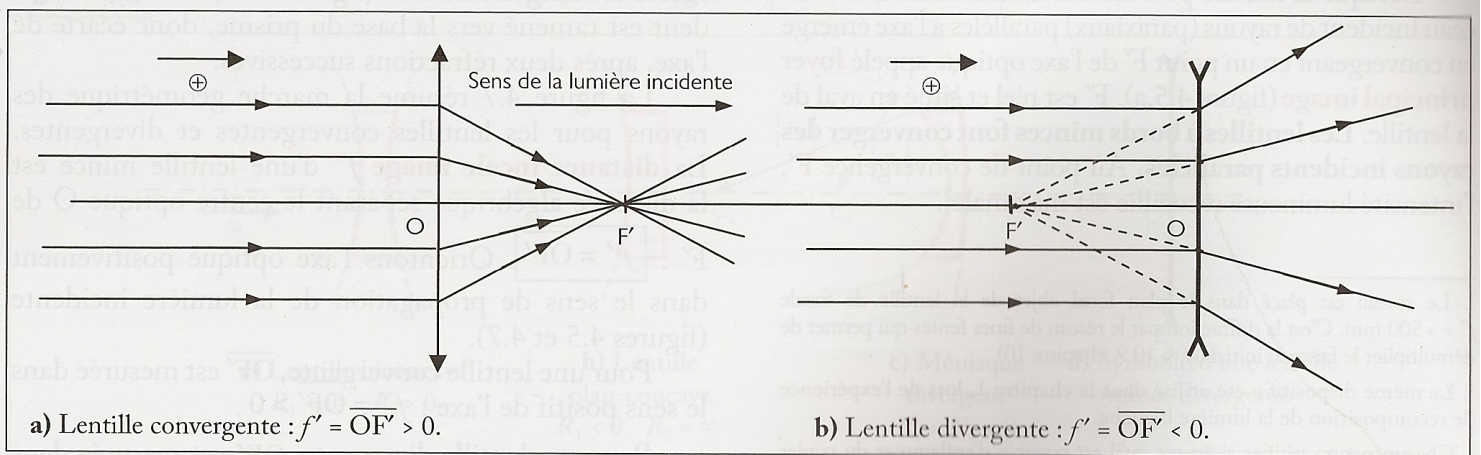


**Lentille divergente** :  $V < 0$

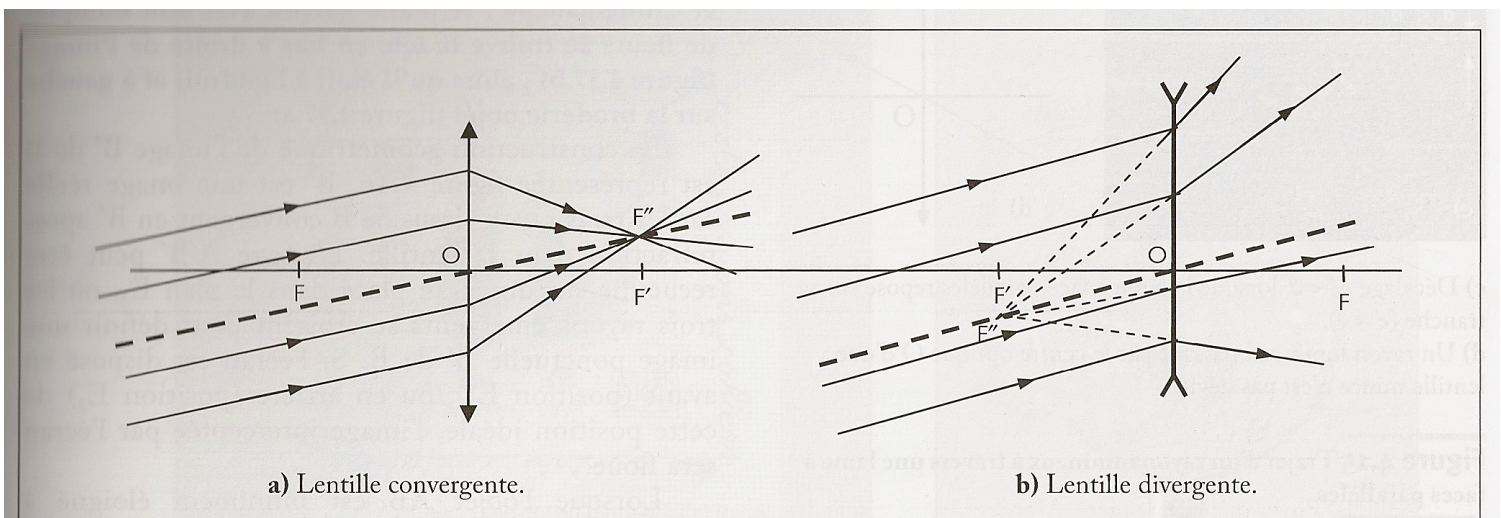




**Figure 4.10** Foyer principal objet – Marche géométrique des rayons et disposition relative de F, O et F'.

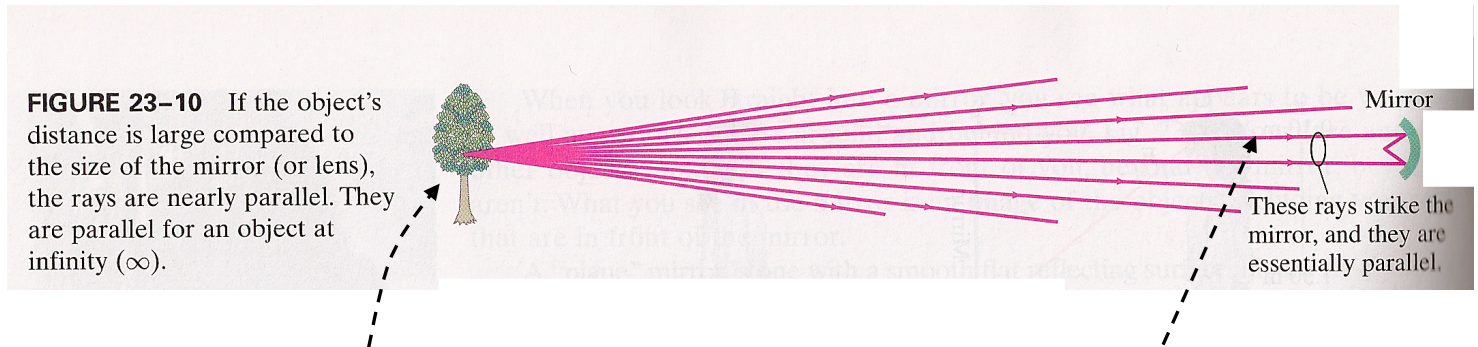


**Figure 4.7** Foyer principal image – Marche géométrique des rayons.



**Figure 4.13** Foyer secondaire image – Marche géométrique des rayons.

**Note :** L'image d'une étoile (située sur l'axe optique de la lentille) est, avec une bonne approximation, située au foyer image de ce miroir. L'arbre de la figure ci-dessous est suffisamment éloignée (de même pour un étoile) pour considérer que la lumière qu'il émet soit constituée de rayons lumineux parallèles entre eux (un objet n'est jamais situé à l'infini en réalité).



**FIGURE 23-10** If the object's distance is large compared to the size of the mirror (or lens), the rays are nearly parallel. They are parallel for an object at infinity ( $\infty$ ).

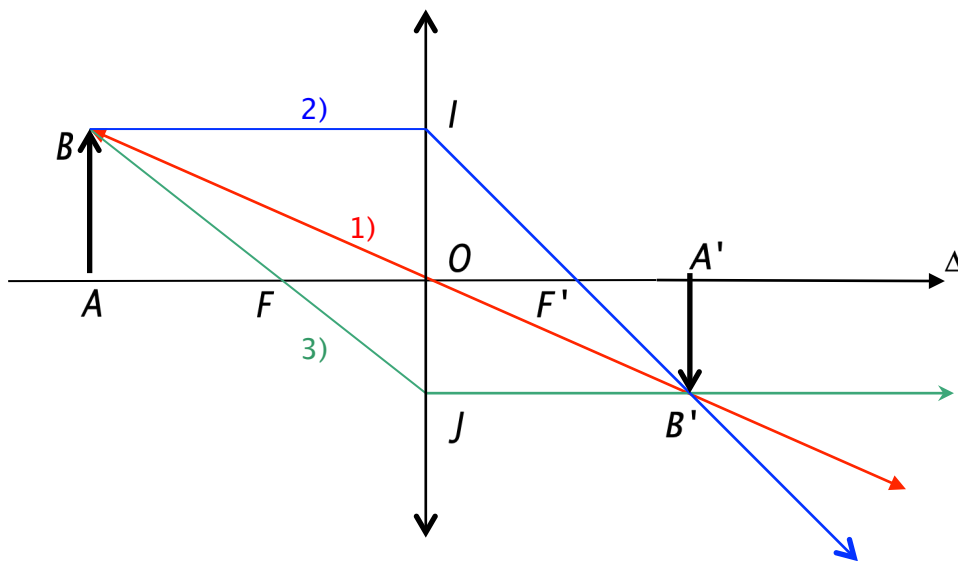
Arbre lointain, objet (presque) à l'infini

Rayons lumineux quasiment parallèles

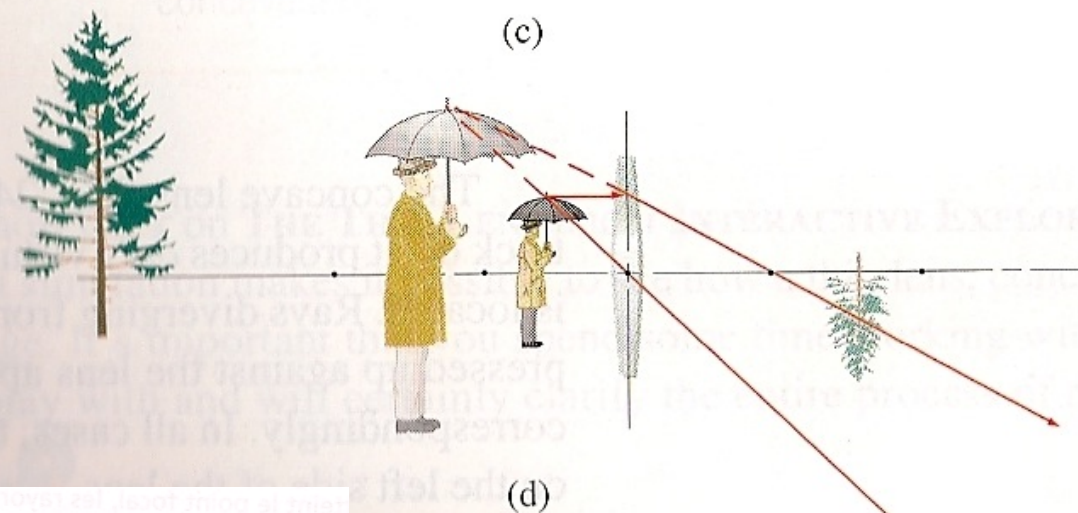
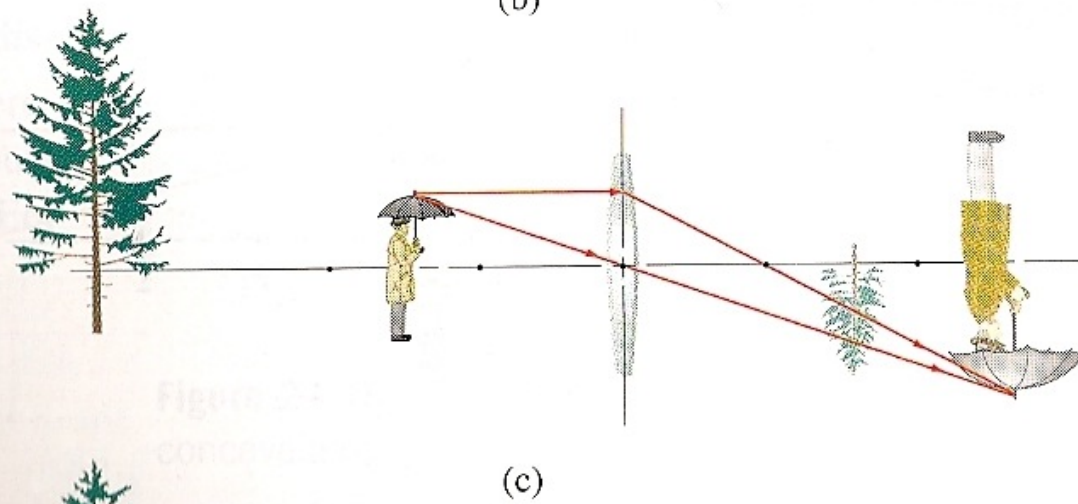
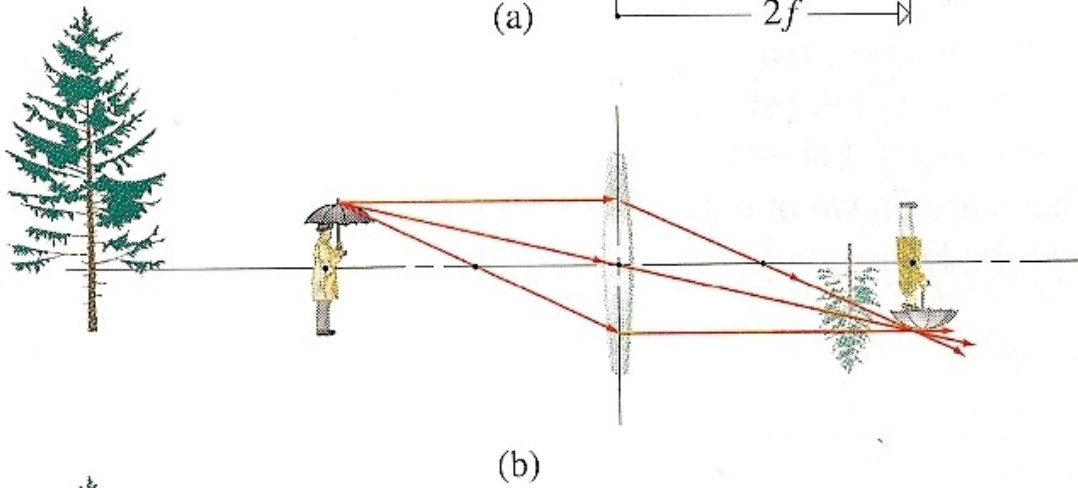
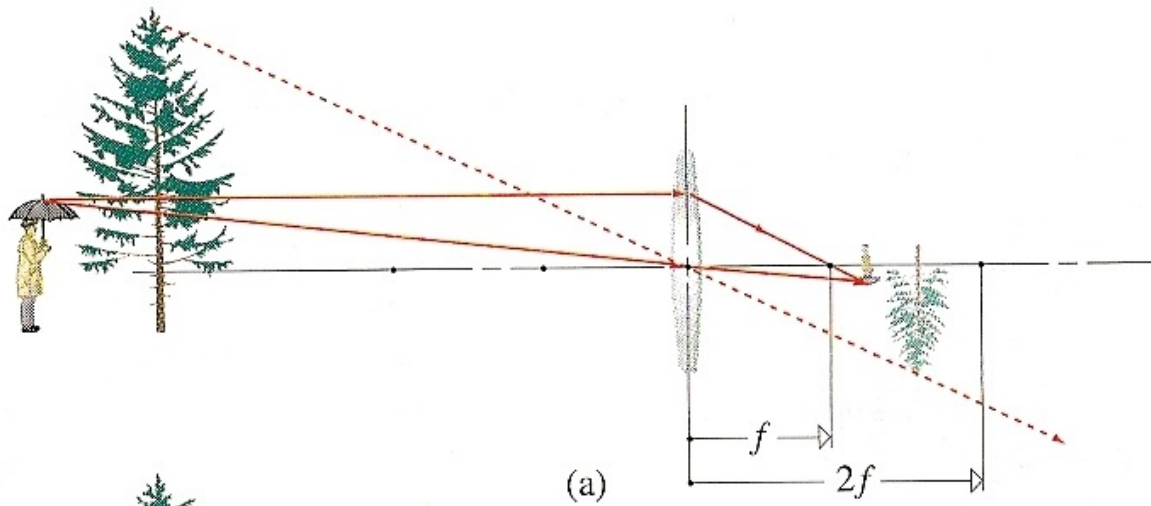
## **IV - Construction d'une image**

Comme pour les miroirs sphériques, on veut construire l'image  $A'B'$  d'un objet  $AB$  perpendiculaire à l'axe optique. Pour obtenir  $B'$  image de  $B$ , il suffit de deux rayons parmi les trois suivantes :

- 1) Le rayon, passant par  $B$  et le centre optique  $O$ , n'est pas dévié.
- 2) Le rayon, passant par  $B$  et parallèle à l'axe optique, émerge de la lentille en passant par le foyer principal image  $F'$ .
- 3) Le rayon, passant par  $B$  et le foyer principal objet,  $F$  émerge de la lentille parallèle à l'axe optique.

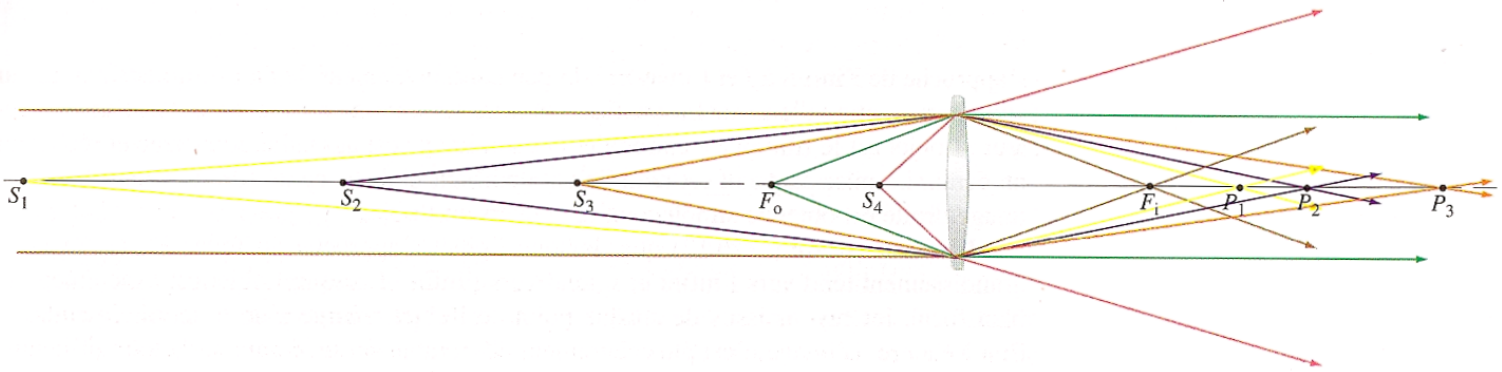




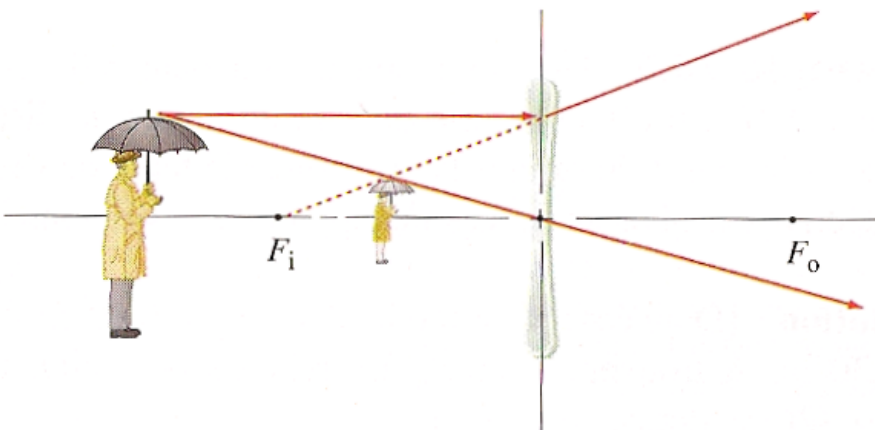


**Figure 26.15** Le fonctionnement d'une lentille convergente mince.

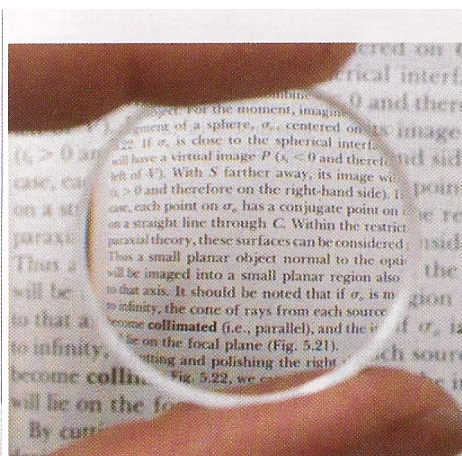
La figure précédente donne l'image d'un homme à travers une lentille convergente pour diverses positions de ce dernier. Essayer de tracer les images par vous-même. Pour l'étude de tous les cas possibles, se reporter à l'annexe 2.



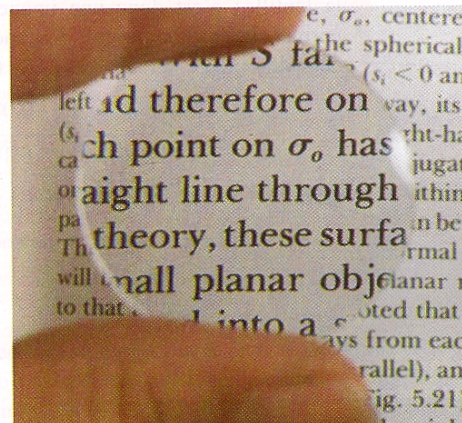
**Figure 26.14** Lorsque la source s'approche, les rayons qu'elle émet et qui tombent sur la lentille deviennent de plus en plus divergents et l'image s'éloigne de la lentille. Lorsque l'objet atteint le point focal, les rayons émergents ne convergent plus; ils sont parallèles. Si la source est encore plus proche de la lentille, les rayons émergents deviennent divergents et l'image devient virtuelle.



**Figure 26.16** Une lentille divergente forme une image virtuelle, droite, plus petite et plus proche de la lentille.



L'image formée par une lentille divergente: Elle est droite, virtuelle, réduite et plus proche de la lentille.



Une lentille convergente sert de loupe quand l'objet est plus proche de la lentille que son foyer objet ( $s_1 < f$ ).

## **IV – Relations de conjugaison**

Les relations suivantes seront fournies aux concours (à savoir utiliser !), les démonstrations sont données à titre pédagogique mais ne sont pas exigibles dans le cadre du programme.

### **5.1 Formule de Descartes avec origine au centre optique**

a) grandissement (Calculs au tableau)

$$\gamma \equiv \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

b) Relation de conjugaison (Calculs au tableau)

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Cette relation est valable dans tous les cas ; lentille convergente et divergente, objet réel et virtuel, image réelle et virtuelle.



## 5.2 Formule de Newton avec origine au foyer

a) grandissement (Calculs au tableau)

$$\gamma = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

b) Relation de conjugaison (Calculs au tableau)

$$\overline{F'A'} \overline{FA} = \overline{OF} \overline{OF'} = -\overline{OF}^2$$

Cette relation est valable dans tous les cas ; lentille convergente et divergente, objet réel et virtuel, image réelle et virtuelle.

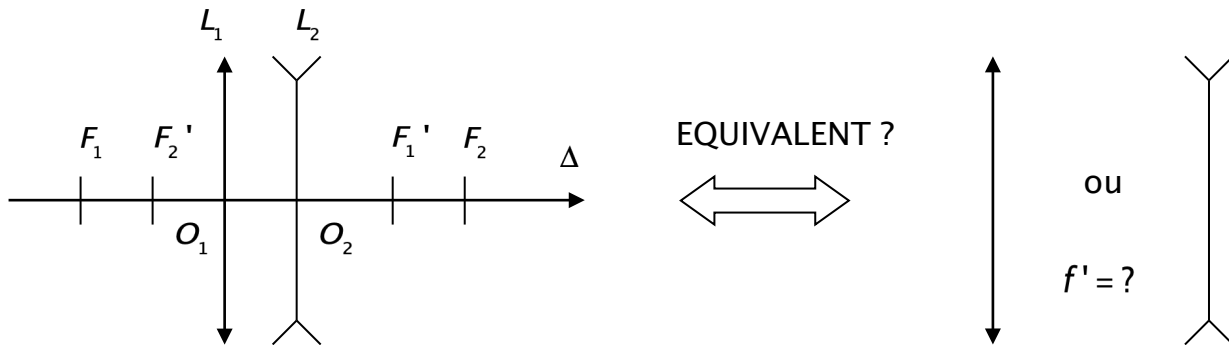
## **Exercice d'application 1 : Formation d'une image par une lentille convergente**

Quelle est la position et la taille de l'image d'une feuille de 7,6 cm de haut et située à 1,00 m devant une lentille convergente de 50,0 mm de distance focale ? Construire l'image de la feuille graphiquement.

# V - Association de deux lentilles

## 6.1 Lentilles minces accolées

Deux lentilles minces  $(O_1, f_1')$  et  $(O_2, f_2')$  sont « accolées » si la distance  $O_1O_2 \ll |f_1'|$  et  $|f_2'|$ .



Comme les lentilles sont accolées par hypothèse :  $O_1 \approx O_2 \approx O$ .

A (objet)  $\xrightarrow{\text{Lentille 1}}$   $A_1$  (image intermédiaire)  $\xrightarrow{\text{Lentille 2}}$   $A'$  (image finale)

Nous allons utiliser la relation de conjugaison de Descartes :

$$\text{Pour } L_1 : \frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f_1'}$$

$$\text{Pour } L_2 : \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA_1} = \frac{1}{f_2'}$$

$$\text{On ajoute membre à membre : } \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'}$$

On a la relation de conjugaison pour une lentille équivalente de distance focale  $f'$  avec :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} \text{ ou plus simple } V = V_1 + V_2$$

(Pour des lentilles accolées)

On utilise l'association de deux lentilles dans les appareils d'optique de grande qualité pour corriger les problèmes d'aberration chromatique. On réalise un « achromat » (sans couleur). Ceci est illustré sur la figure 24.17 de l'annexe 1.

## 6.2 Lentilles non accolées

Il y a deux cas possibles :

- L'association de deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  donnent un **système optique focal** qui possède un foyer objet et un foyer image. Pour trouver ces points, on utilise les relations de conjugaison et/ou les constructions géométriques. Il faut faire l'étude au cas par cas. Il n'y a pas de relations générales comme pour les lentilles accolées.

Exemple : le microscope (voir TD d'optique).

- L'association de deux lentilles donne un **système afocal**. Pour ce faire, il faut nécessairement que  $F_1' = F_2$ .

$$A_{\infty} \text{ (objet à l'infini)} \xrightarrow{\text{Lentille 1}} F_1' = F_2 \text{ (image intermédiaire)} \xrightarrow{\text{Lentille 2}} A_{\infty}' \text{ (image à l'infini)}$$

Exemple : la lunette astronomique (voir TD et TP).

### Exercice d'application 2 : Combinaison de deux lentilles

Deux lentilles convergentes 1 et 2 de distance focale  $f_1' = 20,0$  cm et  $f_2' = 25,0$  cm sont distantes de 80,0 cm. Un objet est situé 60,0 cm devant la première lentille.

Déterminer la position et le grandissement de l'image finale formée par l'association des deux lentilles. Faire une construction graphique de la situation.



## ANNEXE 1 : Aberrations

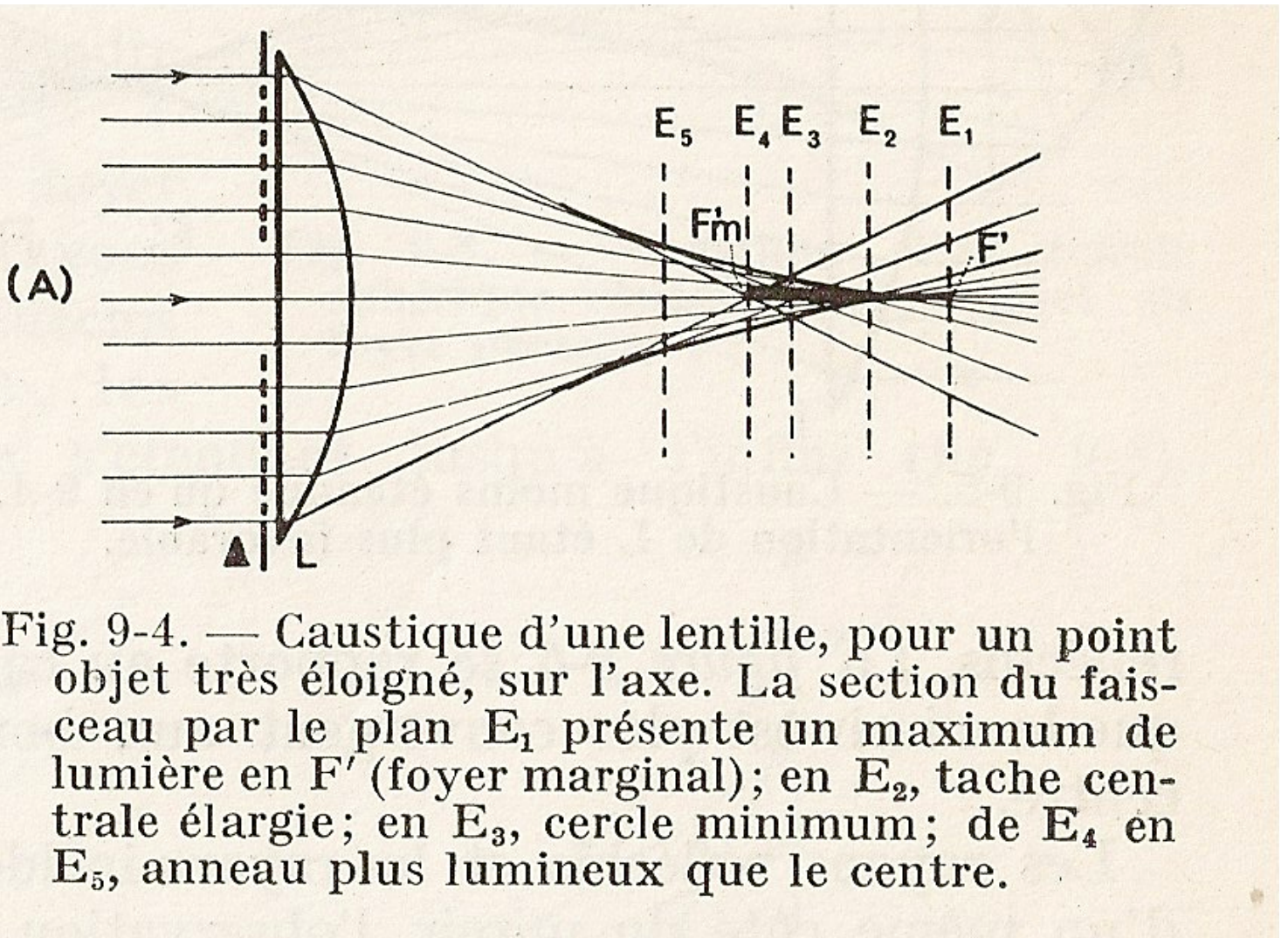
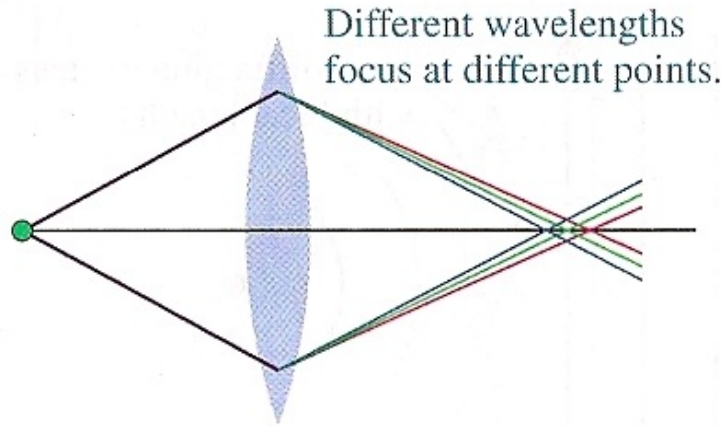


Fig. 9-4. — Caustique d'une lentille, pour un point objet très éloigné, sur l'axe. La section du faisceau par le plan  $E_1$  présente un maximum de lumière en  $F'$  (foyer marginal); en  $E_2$ , tache centrale élargie; en  $E_3$ , cercle minimum; de  $E_4$  en  $E_5$ , anneau plus lumineux que le centre.

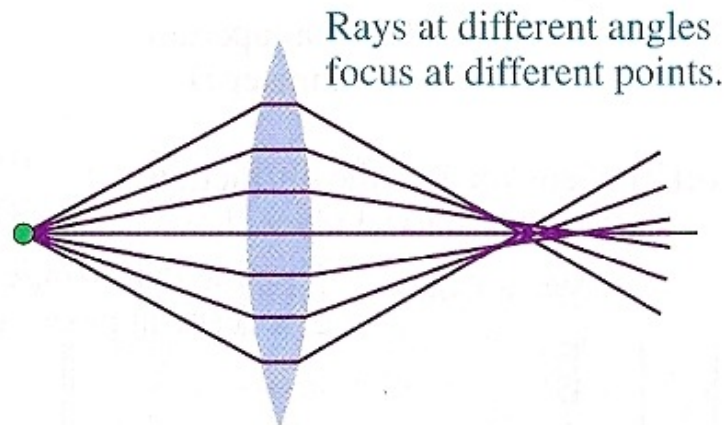


**FIGURE 24.17** Chromatic aberration and spherical aberration prevent simple lenses from forming perfect images.

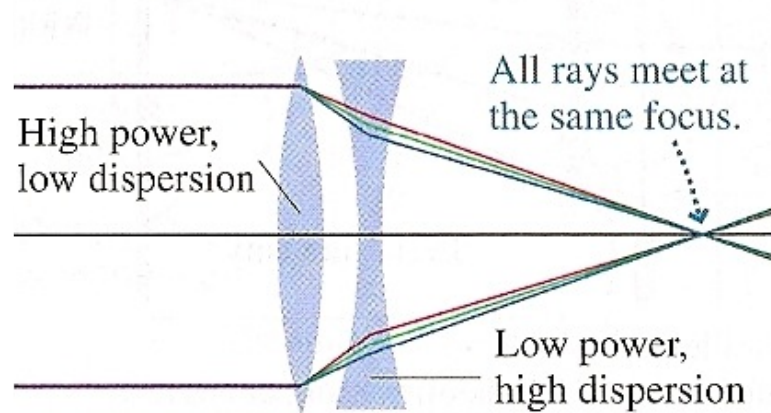
**(a)** Chromatic aberration



**(b)** Spherical aberration



**(c)** Correcting aberrations





# ANNEXE 2 : Image d'un objet par une lentille

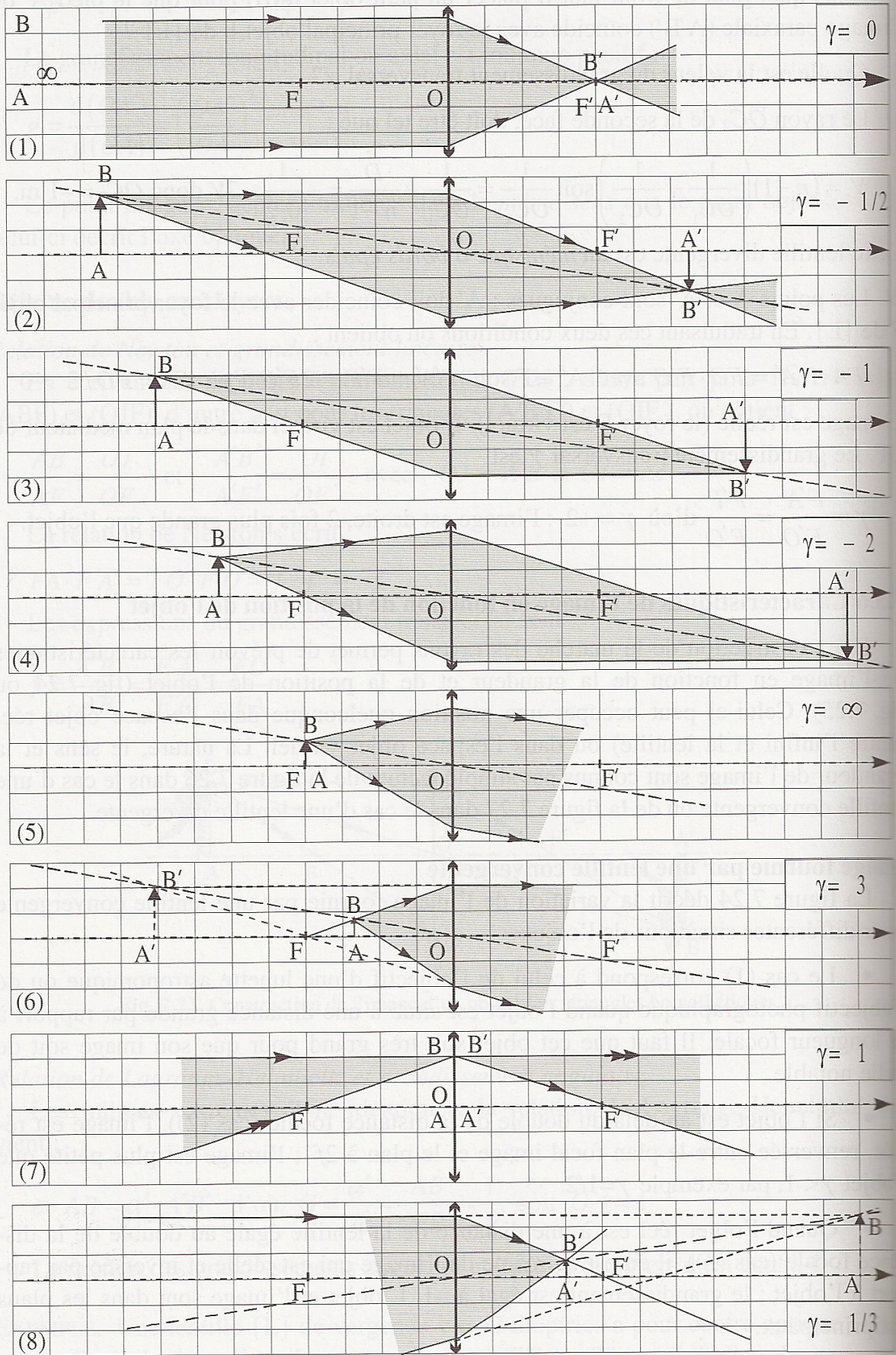


Fig. 7.24 Image d'un objet (AB), fournie par une lentille convergente.



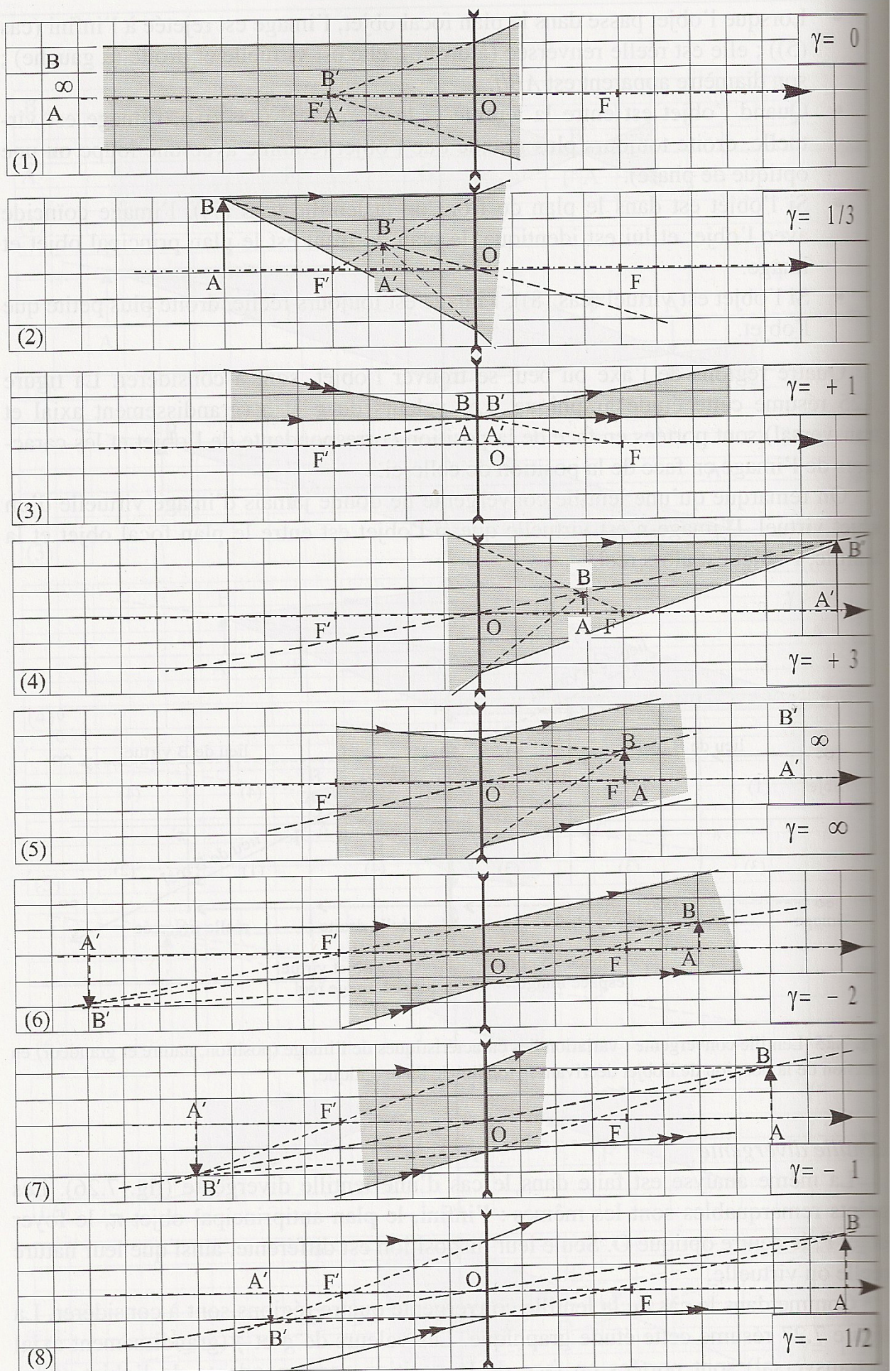


Fig. 7.26 Images d'un objet [AB] de hauteur constante, formées par une lentille divergente.