Equations différentielles : Régime transitoire et régime sinusoïdal forcé dans un circuit *RLC*

1) Décharge de *C* dans *RL*

On part de l'équation différentielle donnant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur:

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+\frac{\omega_0}{Q}\frac{du_C(t)}{dt}+\omega_0{}^2u_C(t)=0 \quad (1).$$

Résoudre avec les conditions initiales: $u_C(t=0)=u_0$ et $\left.\frac{i(t=0)}{C}=\frac{du_C(t)}{dt}\right)_{t=0}=0$. Choisir $Q=10$. Utiliser **subs** puis **evalc**. Assurez-vous de bien identifier la solution générale donnée par Maple avec celle écrite dans le cours.

Expliciter la solution avec $\omega_0=2\pi$ rad.s^{-1} (la période correspondante $T=2\pi/\omega_0$ est prise pour unité) et $u_0=1$ V.

Tracer le graphe de $u_C(t)$ et $i(t)$ jusqu'à $t\approx 10$ s avec $C=1/(4\pi^2)$ F.

Ecrire l'énergie magnétique dans l'inductance, l'énergie électrique dans le condensateur à l'instant *t*, puis leur somme. On prendra $L=1$ H et $C=1/(4\pi^2)$ F.

Tracer le graphe des variations de ces énergies en fonction du temps.

Discuter les courbes.

2) Echelon de tension sur un dipôle *RLC* série

On part de l'équation différentielle donnant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur :

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+\frac{\omega_0}{Q}\frac{du_C(t)}{dt}+\omega_0{}^2u_C(t)=\omega_0{}^2E \quad (2)$$

pour l'échelon de tension E à $t=0$ s. Ecrire cette équation différentielle avec des coefficients numériques donnés par : $Q=10$, $\omega_0=2\pi$ rad.s^{-1} et $E=1$ V.

Résoudre avec les conditions initiales $u_C(t=0)=0$ *et* $\left.\frac{i(t=0)}{C}=\frac{du_C(t)}{dt}\right)_{t=0}=0$.

Tracer le graphe de $u_C(t)$ aux bornes de C, $i(t)$ et $u_L(t)$ aux bornes de L jusqu'à $t\approx 10$ s.

Ecrire l'énergie magnétique dans l'inductance, l'énergie électrique dans le condensateur à l'instant t, puis leur somme. On prendra $L=1$ H et $C=1/(4\pi^2)$ F.

Tracer le graphe des variations de ces énergies en fonction du temps.

Discuter les courbes.

3) Etablissement d'une tension sinusoïdale

On repart de l'équation différentielle (2) mais cette fois on remplace E par $\cos(\omega t)$ avec $\omega=1{,}1\times\omega_0$ On est en régime sinusoïdale forcé. On garde les coefficients numériques des questions précédentes

Résoudre cette nouvelle équation différentielle avec les mêmes conditions initiales que dans la partie 2).

Tracer le graphe de $u_C(t)$ jusqu'à $t\approx 20$ s.

Pour Maple, l'unité d'une grandeur physique n'a pas de signification, seules comptent les valeurs numériques.