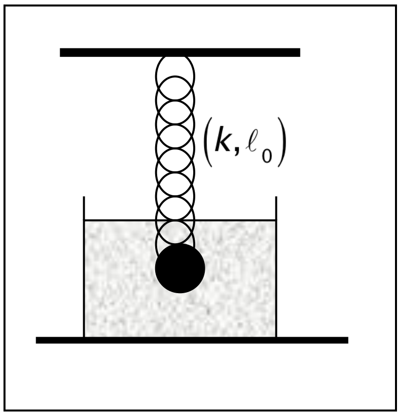
Mécanique série n°4: Oscillateurs harmoniques libres

Exercice1 : Détermination d'un coefficient de viscosité ◆

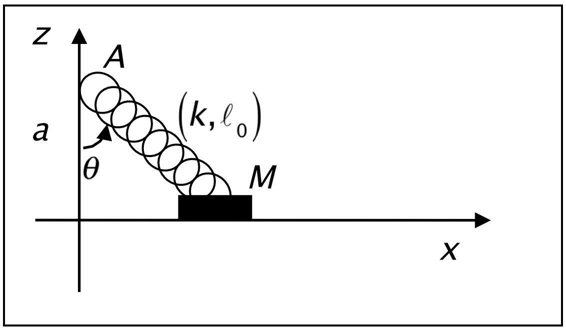
Une Sphère de rayon r et de masse m est suspendue à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Déplacée dans un liquide de coefficient de viscosité η, la sphère est soumise à une force de frottement donnée par la formule de Stokes : $\vec{f} = -6\pi r\eta\vec{v}$ où $\vec{v}$ est la vitesse de la bille.



a) Ecrire l'équation du mouvement de la sphère plongée dans le liquide et en déduire l'expression de la pseudo-période T.
b) Dans l'air, où les frottements fluides sont négligeables, la période des oscillations est T_0. Déterminer le coefficient de viscosité η (avec la bonne unité) du liquide en fonction de m, r, T et T_0.

Exercice2 : Glissement avec rappel le long d'un rail ◆◆

Déterminer la période T_0 des petites oscillations d'un point matériel M de masse m, assujetti à se déplacer sans frottement sur une droite horizontale, sous l'action d'un ressort de raideur k et de longueur au repos ℓ_0 dont l'autre extrémité est fixe en A de cote $a > \ell_0$ (voir le schéma) :

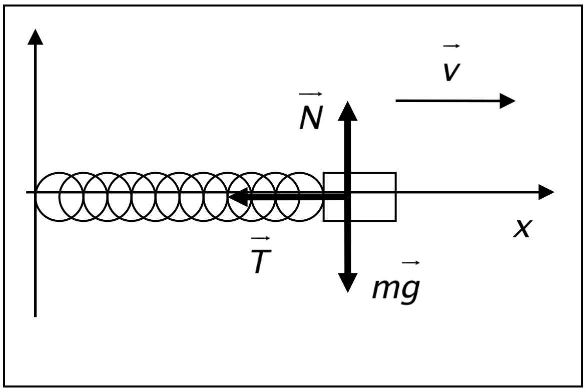


a) En utilisant le principe fondamental de la dynamique.
b) En utilisant une méthode énergétique.
c) Que se passe-t-il si a devient inférieur à ℓ_0 ?

Exercice 3 : Oscillation harmonique amorti par frottement solide◆◆◆◆

<u>Avertissement</u> : Il s'agit d'un exercice délicat.

On considère un oscillateur harmonique constitué par un point matériel de masse m assujetti à se déplacer en glissant sur l'axe (Ox), rappelé vers la position d'équilibre $x=0$ par un ressort de raideur k.
Le glissement sur la tige matérialisant l'axe (Ox) s'accompagne d'un frottement. Ainsi, la réaction $\vec{R}$ du support se décompose en une composante normale $\vec{N}$ (qui compense le poids) et une composante tangentielle $\vec{T}$. On supposera ce frottement entre solide décrit par les lois suivantes :



- le point M peut être maintenu en place par l'existence de la réaction tangentielle $\vec{T}$, à condition que celle-ci reste limitée par l'inégalité : $\|\vec{T}\| < f\|\vec{N}\|$.

Si cette condition n'est pas réalisable, alors le point M glisse, et le frottement est régi par la loi de Coulomb : $\vec{T}$ est opposé au glissement et $\|\vec{T}\| = f\|\vec{N}\|$ (on suppose, dans cet exercice, que le coefficient de frottement dynamique a la même valeur que le coefficient de frottement dynamique).
a) Quelle est la dimension du coefficient de frottement solide f ?
b) Le point M étant maintenu immobile à l'abscisse x_0, à quelle condition peut-il y rester si on le libère ?
c) On suppose cette condition non réalisée, le point M se mettant à glisser dans le sens des x décroissants. Etudier le mouvement du point M jusqu'à ce qu'il s'arrête pour la première fois. Préciser l'abscisse x_1 correspondante.
d) Si le point M ne peut se maintenir immobile en x_1, que se passe-t-il ensuite ?