

Mécanique série n°7: force centrale conservative

Dans ce TD, la Terre est assimilée à une sphère de rayon $r_0 = 6400$ km et est animée d'un mouvement de rotation uniforme de période $T_1 = 24$ h dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen. A la surface de la Terre, $g_0 = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$.

Il y a des liens entre les exercices. Il faut penser à utiliser **la conservation de l'énergie mécanique**. On admet que l'énergie mécanique d'un satellite sur une orbite elliptique est identique à celle d'un satellite en orbite circulaire moyennant la substitution : rayon $\leftrightarrow (1/2) \times$ grande axe de l'ellipse.

Exercice 1 : Satellite de masse m en orbite circulaire dans le plan équatorial à faible altitude, orbite base ◆

L'altitude du satellite est négligeable devant r_0 .

a) Exprimer en fonction de g_0 et r_0 la vitesse v_0 et la période T_0 du satellite. Faire l'application numérique.

b) Calculer la vitesse v_s d'un point de la terre à l'équateur.

Exprimer le rapport v_s / v_0 en fonction de g_0, r_0 et T_1 . Discuter.

c) Exprimer l'énergie W_0 à communiquer au satellite pour qu'il puisse atteindre cette orbite depuis une base de lancement située sur terre en fonction de son énergie cinétique E_{c_0} sur l'orbite.

Exercice 2 : Satellite géostationnaire ◆◆

Un satellite géostationnaire reste toujours au dessus d'un même point situé sur terre.

a) Etablir les caractéristiques de sa trajectoire.

Exprimer le rayon r_1 de l'orbite en fonction de r_0, T_1 et T_0 puis le rapport $d = r_1 / r_0$.

b) Exprimer en fonction de v_0 et d la vitesse v_1 du satellite sur cette trajectoire.

c) Exprimer le travail W à fournir pour lancer le satellite depuis la terre en fonction de E_{c_0} et d .

Exercice 3 : Mise en orbite ◆◆◆

En un point de l'orbite basse, on communique très rapidement une nouvelle vitesse v_0' afin que le satellite puisse, par l'intermédiaire d'une trajectoire elliptique de transfert, arriver tangentiellement à l'orbite géostationnaire.

a) Exprimer la vitesse v_0' en fonction de v_0 et d . Faire l'application numérique.

b) Exprimer le travail W_1 lié à cette étape en fonction de E_{c_0} et d .

c) Quelle est, en fonction de v_0 et d , la vitesse v_1' du satellite lorsqu'il arrive tangentiellement à l'orbite géostationnaire ?

d) Au point où le satellite arrive tangentiellement à l'orbite géostationnaire, on lui communique la vitesse v_1 . Exprimer le travail W_2 dépensé dans cette opération en fonction de E_{c_0} et d .

e) Calculer le travail total W' nécessaire à la mise en orbite géostationnaire du satellite. Valeur du rapport W' / E_{c_0} . Discuter, comparer avec W .

f) Calculer la durée T du transfert entre l'orbite basse et l'orbite finale en fonction de T_1 et d . Faire l'application numérique.