

Mesures et incertitudes**Exercice 1 : Mesure de g avec un pendule simple**

On souhaite mesurer g , l'accélération de gravité (ou de pesanteur) en utilisant un pendule simple (nous étudierons plus tard ce système qui est un oscillateur harmonique comme le système ressort-masse). La période des oscillations de ce système est donnée par $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ où ℓ est la longueur du pendule. Ainsi, si l'on peut mesurer T et ℓ , on peut trouver g :

$$g = 4\pi^2 \ell / T^2$$

On mesure la période T pour une valeur de longueur ℓ , on trouve les résultats suivants :

$$\ell = 92,95 \pm 0,1 \text{ cm et } T = 1,936 \pm 0,004 \text{ s}$$

On suppose que les erreurs sont indépendantes et aléatoires. Déterminer la meilleure estimation de g ainsi que son incertitude type.

Exercice 2 : Accélération d'un chariot sur une pente

On considère un chariot qui roule sur une pente d'inclinaison θ . (cf. figure ci-dessous).

Example: Acceleration of a Cart Down a Slope

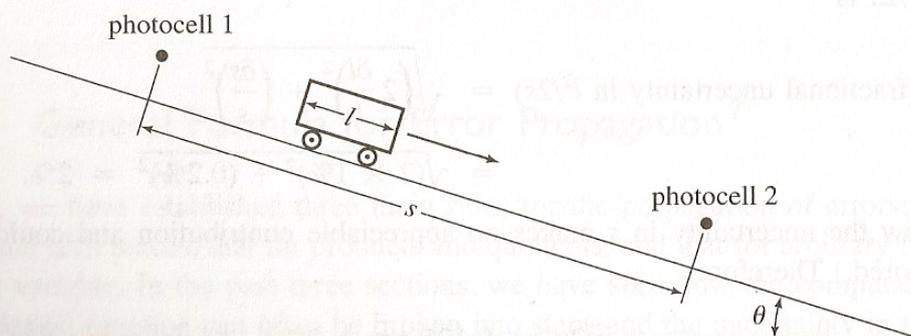


Figure 3.6. A cart rolls down an incline of slope θ . Each photocell is connected to a timer to measure the time for the cart to pass it.

L'accélération a du chariot vaut $g \sin \theta$ (cf. cours de mécanique). On peut mesurer g de la façon suivante. On dispose de deux cellules de détection capables de mesurer la durée de passage du chariot en 1 et en 2. Si le chariot a une longueur ℓ , la vitesse (moyenne) du chariot en 1 vaut $v_1 = \ell/t_1$ où t_1 est la durée de passage du chariot en 1. De même au point 2, $v_2 = \ell/t_2$. Si la distance entre les deux cellules vaut s , le théorème de l'énergie cinétique nous donne, comme nous le verrons, $v_2^2 - v_1^2 = 2as$ soit :

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} = \left(\frac{\ell^2}{2s} \right) \left(\frac{1}{t_2^2} - \frac{1}{t_1^2} \right).$$

Une série de mesures expérimentales donne les résultats suivants (entre parenthèses le pourcentage de chaque incertitude respective) :

$$\ell = 5,00 \pm 0,05 \text{ cm (1\%)}$$

$$s = 100,0 \pm 0,2 \text{ cm (0,2\%)}$$

$$t_1 = 0,054 \pm 0,001 \text{ s (2\%)}$$

$$t_2 = 0,031 \pm 0,001 \text{ s (3\%)}$$

- Déterminer la meilleure estimation de a ainsi que son incertitude type.
- Quelles sont les grandeurs dont les incertitudes pourraient être ignorées ?

Exercice 3 : Incertitude sur une grandeur physique fonction de deux autres grandeurs

Pour obtenir la valeur de la grandeur physique $q = x^2y - xy^2$ les scientifiques ont mesuré les grandeurs suivantes :

$$x = 3,0 \pm 0,1$$

$$y = 2,0 \pm 0,1$$

Déterminer la meilleure estimation de q ainsi que son incertitude type.

Exercice 4: Evaluation des incertitudes par des méthodes statistiques

On souhaite déterminer la constante de raideur k d'un ressort en mesurant la période T des oscillations d'une masse m attachée à ce dernier. Nous savons depuis notre cours sur l'oscillateur harmonique que $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Ainsi avec la mesure de T et de m , on a accès à k :

$$k = 4\pi^2m/T^2$$

Table 4.4. Measurement of spring constant k .

Mass m (kg)	0.513	0.581	0.634	0.691	0.752	0.834	0.901	0.950
Period T (s)	1.24	1.33	1.36	1.44	1.50	1.59	1.65	1.69
$k = 4\pi^2m/T^2$	13.17	12.97	etc.					

Une façon d'obtenir k est de mesurer les périodes d'oscillations pour différentes masses comme cela est reporté dans le tableau ci-dessus.

a) Peut-on faire une analyse statistique sur la série de valeurs de masses et de périodes ?

b) A partir d'une analyse statistique, déterminer la meilleure estimation de k ainsi que son incertitude type.