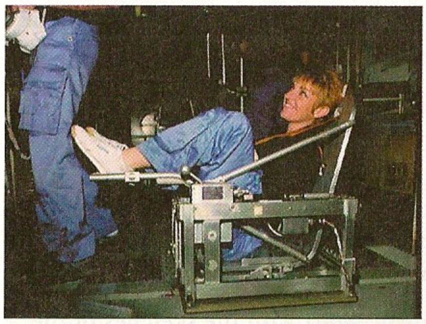
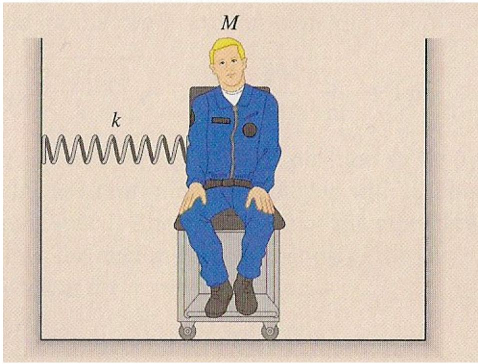
Oscillations, ondes et incertitudes

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Exercice 1 : La masse d'un astronaute





Les astronautes qui restent un temps significatif dans l'espace perdent une masse importante car leurs muscles, sous utilisés, commencent à s'atrophier. Comme les balances usuelles ne peuvent fonctionner en orbite (la balance et les astronautes sont en chute libre), la NASA a développée le « Body Mass Measurement Device » ou BMMD pour suivre l'évolution de la masse des astronautes en orbite. Le BMMD est constitué d'une chaise, sur laquelle s'assoit l'astronaute, et d'un ressort. Quand la chaise est écartée de sa position d'équilibre, elle va osciller à une fréquence qui dépend de la masse de la chaise plus de celle de l'astronaute.

La chaise a une masse de 32 kg et une période de 1,2 s quand elle est vide. Quand l'astronaute est assis sur la chaise, la période change et vaut 2,1 s.

1) Déterminer la constante de raideur du ressort de la chaise.

2) Déterminer la masse de l'astronaute.

3) Déterminer la vitesse maximale de l'astronaute si les amplitudes des oscillations valent 0,10 m en utilisant un raisonnement énergétique.

4) Déterminer l'évolution du déplacement horizontal $x(t)$ du système chaise-astronaute. L'origine est prise à la position d'équilibre du système ressort-chaise et on suppose qu'à l'instant initial l'astronaute est lâché sans vitesse initiale. Tracer l'allure de $x(t)$ en indiquant les grandeurs caractéristiques.

5) En déduire $v(t)$ et tracer son allure, sur le même graphe que $x(t)$. Retrouver le résultat de la question 3).

Exercice 2 : Mesure expérimentale de l'énergie du sytème masse-ressort

Sur une table à coussin horizontal, une masse est attachée à un ressort (qui vérifie la loi de Hooke) et subit des oscillations. On note E l'énergie totale du sytème masse-ressort, m la masse, k la constante de raideur du ressort, v la vitesse de la masse et x le déplacement de la masse par rapport à sa position d'équilibre (ressort au repos). Une étudiante réalise les mesures suivantes :

$$m = 0{,}230 \pm 0.001 \text{ kg}, \quad v = 0{,}89 \pm 0.01 \text{ m.s}^{-1}$$
$$k = 1{,}03 \pm 0.01 \text{ N.m}^{-1}, \quad x = 0{,}551 \pm 0.005 \text{ m}$$

1) Déterminer la meilleure estimation de E ainsi que son incertitude type.

2) L'étudiante mesure ensuite l'élongation maximale x du système quand la masse a une vitesse nulle à l'extrémité d'une oscillation.

Elle trouve $x_{max} = 0{,}698 \pm 0.002$ m. Dans cette situation, Déterminer la meilleure estimation de E ainsi que son incertitude type.

3) Les deux résultants précédents sont-ils compatibles ? Et si oui pourquoi ?

Exercice 3 : Canard arlequin

Un canard arlequin (Histrionicus Histrionicus) oscille verticalement de bas en haut sur le lac de Paladru à cause du passage d'une vague. Le déplacement vertical total du canard est de 10 cm et il effectue 7 cycles durant 10 s selon votre montre. Vous notez aussi qu'une crête particulière de la vague parcour 9 m du canard jusqu'à votre canoë, pendant 5 s.

1) Que vaut la fréquence de la vague ? Que vaut sa vitesse ?

2) Quelle est la longueur d'onde de la vague ?

3) On suppose que la vague est sinusoïdale, on note $y(x,t)$ la fonction d'onde associée. On prend comme origine pour x la position du canard et à $t = 0$ la vague est à sa hauteur maximale. Déterminer $y(x,t)$ et tracer son allure, pour un instant donné, en indiquant les grandeurs caractéristiques.

Exercice 4 : Violon

Les cordes du violon sont accordées sur le Sol, Ré, La et Mi de telle façon que les fréquences soient dans les rapports suivants :

$$\begin{cases} f(\text{Ré}) = 1{,}5f(\text{Sol}) \\ f(\text{La}) = 1{,}5f(\text{Ré}) = 440\text{ Hz} \\ f(\text{Mi}) = 1{,}5f(\text{La}) \end{cases},$$

Les cordes du violon entre deux points fixes (chevilles du haut du manche et le cordier de la caisse) mesurent 30 cm. La tension de la corde du Mi est de 90,0 N.

1) Que vaut la masse linéaire de la corde du Mi ?

2) Pour éviter la distorsion de l'ensemble de l'instrument au cours du temps, il est important que l'ensemble des cordes soit soumis à la même tension. Trouver la masse linéique des autres cordes.