Optique géométrique

Extrait de l'entête des sujets de la banque PT :

« La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs. »

Problème 1: Fibre optique (Extrait du concours général des lycées 2006)

Une fibre optique à saut d'indice (représentée sur la figure 2) est formée d'un cœur cylindrique en verre d'axe Ox, de diamètre $2a$ et d'indice n_c, entouré d'une gaine optique d'indice n_g légèrement inférieur à n_c. Un rayon situé dans le plan Oxy entre dans la fibre au point O avec un angle d'incidence θ.

I B 1) A quelle condition sur i, angle d'incidence à l'interface cœur/gaine, le rayon reste-t-il confiné à l'intérieur du cœur ? On note i_L l'angle d'incidence limite. Faire un dessin du trajet ultérieur du rayon en faisant apparaître plusieurs réflexions.

I B 2) Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence θ est inférieur à un angle limite θ_L tel que $\sin \theta_L = n_c \cos i_L$. En déduire l'expression de l'ouverture numérique ON de la fibre, définie par ON=$\sin \theta_L$, en fonction de n_c et n_g uniquement.

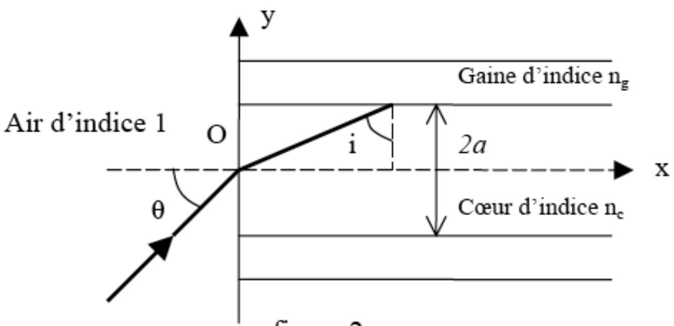

figure 2

I B 3) Donner la valeur numérique de ON pour $n_c = 1{,}500$ et $n_g = 1{,}470$.

I B 4) Exprimer la vitesse de propagation de la lumière dans le cœur de la fibre en fonction de la vitesse de la lumière dans le vide, notée c, et l'indice n_c du cœur.

On considère une fibre optique de longueur L. Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence θ variable compris entre 0 et θ_L.

I B 5) Quel est le rayon qui traverse le plus rapidement la fibre ? Calculer la durée de parcours τ_1 de ce rayon.

I B 6) Quel est le rayon qui met le plus de temps à traverser la fibre ? Calculer la durée de parcours τ_2 de ce rayon en fonction de L, c, n_c et $\sin i_L$.

I B 7) En déduire l'intervalle de temps $\delta\tau$ entre le temps de parcours minimal et maximal en fonction de L, c, n_c et n_g.

I B 8) On pose $2\Delta = 1 - \dfrac{n_g^2}{n_c^2}$. Montrer que si $\Delta \ll 1$ (ce qui est le cas pour les fibres optiques),

$\delta\tau \approx \dfrac{L}{c} n_c \Delta$.

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse de durée t_0 formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre 0 et θ_L. La figure 3 représente l'allure du signal lumineux en fonction du temps.

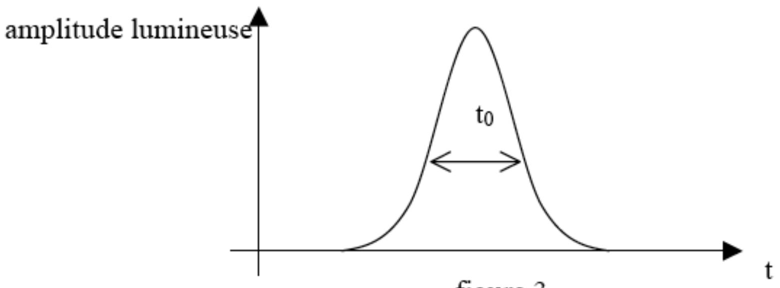

figure 3

I B 9) Reproduire la figure en ajoutant à la suite l'allure du signal lumineux à la sortie de la fibre. Quelle durée a approximativement l'impulsion lumineuse en sortie de fibre ?

Le codage binaire de l'information (détaillé dans la section suivante) consiste à envoyer des impulsions lumineuses (appelées « bits ») périodiquement avec une fréquence d'émission F.

I B 10) En supposant t_0 négligeable devant $\delta\tau$, quelle condition portant sur la fréquence d'émission F exprime le non-recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre optique ?

Soit L_{max} la longueur maximale de la fibre optique permettant d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions. On appelle bande passante de la fibre le produit $B = L_{max}.\ F$

I B 11) Exprimer la bande passante B en fonction de c, n_c et Δ et expliquer l'intérêt de cette grandeur.

I B 12) Calculer la valeur numérique de Δ et de la bande passante B (exprimée en MHz.km) pour $n_c = 1{,}500$ et $n_g = 1{,}470$. Pour un débit d'information de F = 100 Mbits/s = 100 MHz pour le format RZ (cf. section suivante), quelle longueur maximale de fibre optique peut-on utiliser pour transmettre le signal ?

Problème 2: Lentille et microscope (Concours national Deug 2007)

Les lentilles sphériques minces, considérées dans cette partie et notées (**L**$_i$), sont utilisées dans le cadre de l'approximation de Gauss. Chaque lentille (**L**$_i$) est caractérisée par son centre optique O_i et par sa distance focale image f_i'. Les foyers objet et image sont notés respectivement F_i et F_i'.

La formule de conjugaison de Descartes (**1**) précise la position, sur l'axe optique, des points conjugués A et A' :

$$\frac{1}{\overline{O_iA'}} - \frac{1}{\overline{O_iA}} = \frac{1}{f_i'} \qquad \textbf{(1)}$$

La formule de conjugaison de Newton (**2**) précise la position des points A et A' par rapport aux foyers :

$$\overline{F_iA}\ .\ \overline{F_i'A'} = -f_i'^2 \quad \textbf{(2)}$$

I. Étude de la lentille convergente (L_1)

On choisit un point A sur l'axe optique d'une lentille convergente (**L_1**), et un objet AB orthogonal à l'axe, tels que $0 < \overline{O_1A} < f_1'$.

1) Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'objet AB ?
2) Présenter une construction géométrique de $A'B'$, image de cet objet AB à travers (**L_1**).
3) Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'image $A'B'$?
4) Proposer, en complétant le schéma précédent (§ **C.I.2**), un moyen physique d'obtention de l'objet AB.
5) *Application numérique.* $f_1' = +10{,}0$ cm ; $\overline{O_1A} = +15{,}0$ cm.
   Calculer $\overline{O_1A'}$.

II. Principe du microscope

Un montage sur banc optique, permettant d'illustrer le principe du microscope, comprend la lentille (**L_1**) précédente et une seconde lentille convergente (**L_2**). Ce montage est réalisé dans le but d'examiner un objet AB lumineux, de petites dimensions. Le point objet réel A est choisi sur l'axe optique commun aux deux lentilles, en avant de l'objectif (**L_1**), et l'objet AB est orthogonal à l'axe (figure **5**).

Figure **5**

L'appareil permet donc d'observer, à la loupe (**L_2**) (oculaire), l'image agrandie A_1B_1 de l'objet AB donnée par l'objectif, soit :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B'$$

Le système est réglé pour qu'un œil normal (œil emmétrope) n'ait pas à accommoder lorsqu'il observe, à travers l'instrument, l'image finale $A'B'$ de AB.

1) Exprimer, en fonction de f_1' et $\overline{O_1A}$, le grandissement linéaire défini par $\gamma_1 = \overline{A_1B_1} / \overline{AB}$.
2) Où l'objet AB doit-il se placer pour que son image A_1B_1, à travers (**L_1**) soit réelle et agrandie ?
3) Un expérimentateur peut-il observer une image réelle directement à l'œil nu ?
4) Où faut-il placer l'oculaire (**L_2**) pour que l'œil puisse observer l'image $A'B'$ de A_1B_1 à travers (**L_2**) sans accommoder ?
5) L'oculaire est situé dans la position déterminée à la question précédente (§ **C.II.4**). Tracer la marche d'un faisceau lumineux issu du point B, qui est reçu par l'œil d'un observateur situé derrière l'oculaire.
6) *Application numérique.* $f_1' = +10{,}0$ cm ; $f_2' = +4{,}0$ cm ; $\overline{O_1A} = -\,11{,}0$ cm ; $\overline{AB} = +0{,}1$ cm.
   6.1 Calculer la distance $\overline{O_1O_2}$.
   6.2 Calculer le grandissement linéaire γ_1.
   6.3 Calculer α', le diamètre apparent de l'image finale $A'B'$, c'est-à-dire l'angle sous lequel l'observateur voit cette image finale.
   6.4 Comparer cet angle α' au diamètre apparent α_{ref}, angle sous lequel l'observateur verrait l'objet AB, sans instrument, à la distance conventionnelle $d_m = 25$ cm. Calculer le grossissement G de ce dispositif ($G = \dfrac{\alpha'}{\alpha_{ref}}$).