Thermodynamique, mécanique

Problème 1: Satellite (extrait banque PT, épreuve A, 2011)

Les orbites des satellites SPOT et ENVISAT sont des trajectoires circulaires très proches. On considérera dans toute cette partie que leurs altitudes sont identiques soit $h = 800$ km (voir figure 1).

A / Caractéristiques des orbites de SPOT et d'ENVISAT

Acquérir plusieurs images d'une même zone à des instants différents nécessite une bonne maîtrise des trajectoires des satellites. On se propose d'étudier certains aspects du mouvement d'un satellite $(\mathcal{S})$ par rapport au référentiel géocentrique $(\mathcal{R}_g)$ considéré comme galiléen. Le satellite de masse m, repéré par un point P est en orbite circulaire de centre O à une altitude h. On considèrera que la Terre est une sphère homogène de rayon R_T et de centre O (voir figure 1).

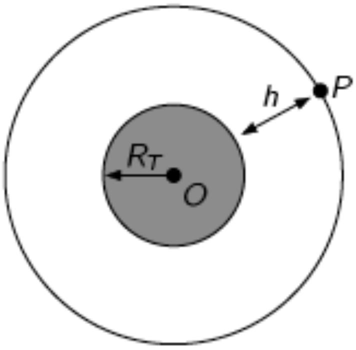

FIGURE 1 – Orbites des satellites SPOT et ENVISAT.

A1. Déterminer le champ gravitationnel $\vec{\mathcal{G}}(P)$ s'exerçant au point P.

A2. Établir soigneusement la relation entre la période de révolution T du satellite et son altitude h. Après l'avoir calculé approximativement, déterminer laquelle des valeurs suivantes correspond à la période T de rotation du satellite :

3 min   1 h 01 min   1 h 21 min   3 h 11 min

A3. En déduire l'expression de la norme de la vitesse $v = ||\vec{v}||$ en fonction de G, M_T, R_T et h. Après l'avoir calculé approximativement, déterminer laquelle des valeurs suivantes correspond à la vitesse v du satellite :

$2,8$ m.s^{-1} 1200 m.s^{-1} 4000 m.s^{-1} 7500 m.s^{-1}

A4. Exprimer l'énergie potentielle E_p du satellite dans le champ de gravité de la terre en fonction de G, M_T, R_T et h.

A5. En déduire la relation suivante, appelée « théorème du viriel » :

$$2E_c + E_p = 0$$

La Terre est entourée d'une atmosphère qui s'oppose au mouvement du satellite. La force de frottement $\overrightarrow{f}$ créée par l'atmosphère est proportionnelle au carré de la vitesse v du satellite et elle s'exprime par $\overrightarrow{f} = -\alpha m v \overrightarrow{v}$, où α est une constante de valeur positive.

A6. Déterminer la dimension de α.

A7. En considérant que dans ces conditions, le théorème du viriel établi précédemment est toujours valable, exprimer l'énergie mécanique du satellite E et la norme de la vitesse v en en fonction de G, M_T, R_T et h.

A8. À partir d'un théorème énergétique en déduire que h vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = -2\alpha\sqrt{GM_T(R_T + h)}.$$

A9. Un satellite placé sur une orbite d'altitude $h = 800$ km subit une diminution d'altitude d'environ 1 m par révolution ; on suppose que sa vitesse est, en norme, peu affectée au bout d'une révolution. On donne $\sqrt{GM_T(R_T + h)} \simeq 3,2\ 10^7$ SI.

En déduire un ordre de grandeur de α (ne pas s'étonner de la petitesse du résultat). Calculer, avec la même approximation, la perte d'altitude du satellite au bout de 10 ans de fonctionnement. Le fait d'avoir une augmentation de la vitesse en présence d'une force opposée au mouvement est-il paradoxal ?

A10. D'après les résultats précédents et en considérant le rôle des satellites étudiés, discuter succinctement du choix de l'altitude de l'orbite pour ces satellites.

Données numériques :

constante de gravitation	$G = 6,7\ 10^{-11}\ \mathrm{m^3.kg^{-1}.s^{-2}}$
masse de la Terre	$M_T = 6,0\ 10^{24}$ kg
rayon de la Terre	$R_T = 6400$ km
charge élémentaire	$e = 1,6\ 10^{-19}$ C
masse de l'électron	$m_e = 9,1\ 10^{-31}$ kg
célérité de la lumière	$c = 3\ 10^8\ \mathrm{m.s^{-1}}$
permittivité du vide	$\varepsilon_0 = 8,9\ 10^{-12}\ \mathrm{F.m^{-1}}$

Problème 2: Cycle de Stirling et réversibilité (extrait de la banque PT, 2003)

On considère n = 40 10^{-3} mol d'air, considéré comme un gaz parfait de rapport $\gamma = \frac{C_P}{C_v}$ constant et égal à 1,4 , subissant un cycle modélisé par les évolutions suivantes à partir de l'état A : $p_1 = 1$ bar (soit 10^5 Pa) , et $T_1 = 300$K :

- compression isotherme réversible au contact de la source S_1 à T_1 , jusqu'à l'état B, de volume $V_2 = V_1 / 10$.
- échauffement isochore *au contact thermique de la source S_2* à $T_2 = 600$ K jusqu'à l'état C , de température T_2 .
- détente isotherme réversible au contact de la source S_2 à la température T_2 jusqu'à l'état D, de volume V_1 .
- refroidissement isochore *au contact thermique de la source S_1* jusqu'à l'état A, de température T_1 .

1. Calculer les valeurs numériques de P, V et T pour chacun des états A, B, C, et D (on présentera les résultats dans un tableau).

2. Représenter l'allure du cycle en coordonnées de Clapeyron (P,V).
Comment peut-on, sans calcul, savoir si le cycle proposé est celui d'un moteur , ou d'un système mécaniquement récepteur ?

3. Calculer pour chaque étape la chaleur (ou transfert thermique) et le travail reçus par le fluide.

4. Commenter ces résultats.
A-t-on bien un cycle moteur ?

5. Quelle est, sur le plan énergétique, la production de ce système, sur un cycle ?
Quel en est le coût, toujours sur le plan énergétique ?
En déduire l'expression et la valeur numérique du rendement.

6. Calculer la valeur de l'entropie créée par irréversibilité au sein du système au cours d'un cycle .
Quel type d'irréversibilité entre en jeu ici ?

7. Calculer la création d'entropie au sein du système au cours de l'échauffement isochore BC.