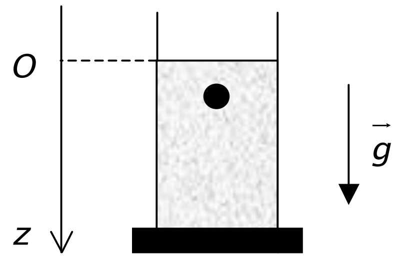
## Exercice 1 : Mécanique: Mouvement d'une bille dans un liquide visqueux

Le référentiel terrestre est $\Re_g \left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ est supposé galiléen et le champ de pesanteur uniforme : $\vec{g} = 9{,}81\vec{k}$ m.s$^{-2}$. Une petite bille d'acier de masse $m$ et de rayon $r$ est lâchée en $O$ et sans vitesse initiale dans la glycérine, une solution organique, de viscosité $\eta$. Ce liquide visqueux exerce sur la bille en mouvement :

- La poussé d'Archimède $\overrightarrow{\Pi_A}$.
- Des actions de frottement modélisées par une force $\vec{f_f} = -6\pi\eta r\vec{v}$ où $\vec{v}$ est la vitesse de la bille dans $\Re_g$.

Données :

- Masse volumique de l'acier $\rho_{ac} = 7800$ kg.m$^{-3}$.
- Masse volumique de la glycérine $\rho_g = 1260$ kg.m$^{-3}$.
- Masse volumique de l'air $\rho_{air} = 1{,}3$ kg.m$^{-3}$.




**a)** Donner les caractéristiques de la poussée d'Archimède $\overrightarrow{\Pi_A}$ exercée par le fluide sur la bille. Comparer à la poussée d'Archimède qui serait exercée par l'air sur la bille. Faire les applications numériques. Conclure.
(Vous pouvez vous référer à vos cours de physique du lycée, programme de première, pour la poussée d'Archimède ou à toute autre source.)

**b)** Effectuer un bilan des forces exercées sur la bille (faire un diagramme de forces).

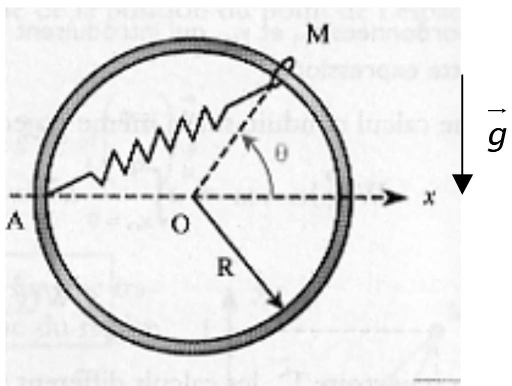
**c)** Etablir l'équation différentielle que vérifie la valeur de la vitesse $\vec{v}$ de la bille.

**d)** Montrer que la vitesse de la bille tend vers une valeur limite $v_{\lim}$. Donner son expression en fonction de $\rho_{ac}, \rho_g, g, r$ et $\eta$. Quelle est la constante de temps $\tau$ du mouvement ? Représenter graphiquement $v(t)$ en fonction du temps.

**e)** Pour une bille de rayon $r = 1{,}50$ mm, la vitesse limite atteinte est de $5{,}2$ cm.s$^{-1}$. En déduire la viscosité $\eta$ en précisant son unité . Conclure sur le caractère observable du mouvement.

## Exercice 2 : Positions d'équilibre d'un système

Un anneau assimilable à un point matériel $M$ de masse $m$ peut glisser sans frottement sur une glissière circulaire de rayon $R$ et de centre $O$. Cette glissière est placée dans un plan vertical, de sorte que l'anneau est soumis au champ de pesanteur terrestre. En outre, l'anneau est attaché à un ressort de raideur $k$ dont une extrémité est fixée à la glissière au point A. Sa position est repérée par l'angle $\theta$ entre le rayon $OM$ et l'axe horizontal $Ox$. La longueur au repos $\ell_0$ du ressort est considérée comme nulle.




**a)** Exprimer la longueur $\ell$ du ressort en fonction de $\theta$.

**b)** Exprimer l'énergie potentielle $E_p$ de l'anneau en fonction de l'angle $\theta$ (Il faut penser au fait que tan est définie à $\pi$ près).

**c)** Déterminer les positions d'équilibre de l'anneau.

**d)** Préciser si les équilibres obtenus sont stables.

Bonnes vacances