

Etude d'un skieur (Extrait du concours ESIGETEL 2000 MP)

On étudie le mouvement d'un skieur descendant une piste selon la ligne de plus grande pente, faisant l'angle  $\alpha$  avec l'horizontale.

L'air exerce une force de frottement supposée de la forme  $\vec{F} = -\lambda \vec{v}$ , où  $\lambda$  est un coefficient constant positif et  $\vec{v}$  la vitesse du skieur.

On note  $\vec{T}$  et  $\vec{N}$  les composantes tangentielle et normale de la force de frottement exercée par la neige et  $f$  le coefficient de frottement solide.

On choisit comme origine de l'axe Ox de la ligne de plus grande pente la position initiale du skieur, supposé partir à l'instant initial avec une vitesse négligeable. On note Oy la normale à la piste dirigée vers le haut.

1. Donner l'unité SI de  $\lambda$ .

2. Calculer  $\vec{T}$  et  $\vec{N}$ .

3. Calculer la vitesse  $\vec{v}$  et la position  $x$  du skieur à chaque instant.

4. Montrer que le skieur atteint une vitesse limite  $v_l$  et calculer  $\vec{v}$  en fonction de  $v_l$ .

A.N. Calculer  $v_l$  avec  $\lambda = 1$  S.I.,  $f = 0,9$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $m = 80 \text{ kg}$  et  $\alpha = 45^\circ$

(on prendra  $\sqrt{2} = 1,4$ )

5. Calculer littéralement et numériquement la date  $t_1$  où le skieur a une vitesse égale à  $\frac{v_l}{2}$ .

On prendra  $\text{Ln}(2) = 0,7$ .

6. Calculer littéralement les variations d'énergie cinétique et potentielle entre  $t = 0$  et  $t_1$ , en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $t_1$ ,  $v_l$  et  $\alpha$ .

7. En déduire le travail de la force de frottement  $\vec{F}$  entre ces mêmes instants, en fonction de  $m$  et  $v_l$ . Retrouver directement ce résultat.

8. A la date  $t_1$ , le skieur tombe. On néglige alors la résistance de l'air, et on considère que le coefficient de frottement sur le sol est multiplié par 10. Calculer la distance parcourue par le skieur avant de s'arrêter.

