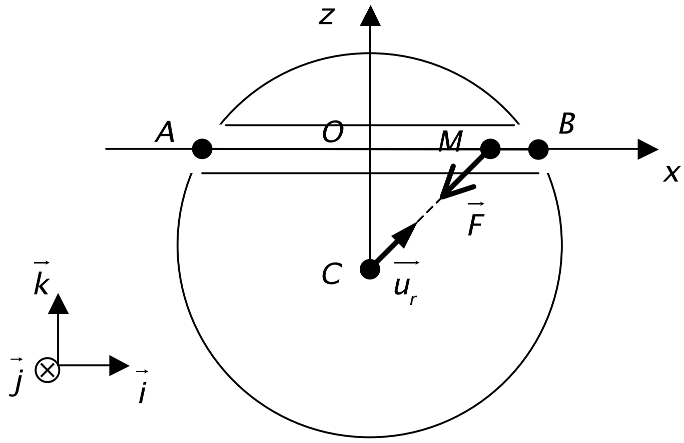
Problème 1 : Voyage à l'intérieur de la terre

La terre est un astre supposé sphérique, de centre C et de rayon R. Le référentiel $\Re_g(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié à la terre est supposé galiléen (la rotation de la terre n'est pas prise en compte) et le champ de pesanteur, uniforme à la surface de la terre, est noté g.

Pour relier deux villes A et B, un tunnel est foré au travers du globe terrestre. Un mobile assimilable à un point matériel M de masse m part sans vitesse initiale du point A et glisse dans le tunnel sans frottement, selon l'axe (Ox) pour rejoindre B. Sa position est repérée par l'abscisse (Ox).



gravitationnelle exercée par la terre sur M est $\vec{F} = -mg\dfrac{r}{R}\vec{u_r}$ avec $CM = r(t)$. La distance CO du tunnel au centre de la terre est notée d.

a) Donner l'expression de la composante de $\vec{F}$ suivant (Ox) notée F_x. De même pour F_z.

b) Déterminer le travail de la force $\vec{F}$ lorsque le mobile M se déplace d'un point de coordonnée x_i à un point de coordonnée x_f.

c) En déduire l'expression de l'énergie potentielle de gravitation E_p associée au point M en choisissant l'origine de cette énergie en O.

d) Déterminer l'énergie mécanique du mobile en fonction de m, g, R et d. En déduire la vitesse maximale $v_{\max}$ du mobile.

e) Le point M possède-t-il une position d'équilibre stable ?

f) Déterminer la nature et l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de M en utilisant une approche énergétique. Retrouver l'expression de $v_{\max}$.

g) Calculer numériquement le temps T nécessaire au mobile pour revenir en A.

<u>données</u> : $R = 6400$ km et $g = 10$ m.s^{-2}.

Problème 2 : Coefficient de frottement (Extrait de l'épreuve commune du concours 2004 des écoles des « petites » mines)

On se propose de mesurer le coefficient de frottement du verre sur le verre, noté μ. Pour cela, on dispose d'une grande vitre plane et d'un petit morceau de verre parallélépipédique de masse m. On pose le petit morceau de verre sur la vitre initialement horizontale et on incline doucement la vitre. On notera α l'angle que fait la vitre avec l'horizontale (figure 5).

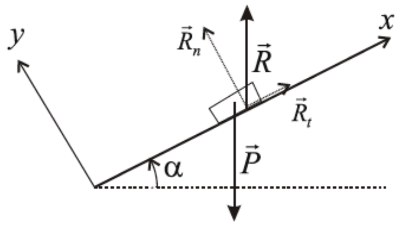


Figure 5 : géométrie de l'expérience

Le coefficient de frottement μ est défini comme suit : tant que le morceau de verre ne glisse pas sur la vitre, la norme de la composante tangentielle de la réaction du support est inférieure à μ fois la norme de la composante normale de la réaction : $\|\vec{R_t}\| \leq \mu \|\vec{R_n}\|$.

II-B-1-a) En supposant que le petit morceau de verre soit immobile, exprimer les composantes normale et tangentielle de la réaction en fonction de la masse m du petit morceau de verre, de l'accélération de la pesanteur g et de l'angle α.

II-B-1-b) En déduire une condition sur l'angle α et sur le coefficient de frottement μ pour que le petit morceau de verre ne glisse pas.

II-B-1-c) Expérimentalement, on remarque que pour $\alpha \geq 35°$ le petit morceau de verre se met à glisser. En déduire la valeur de μ.

Problème 3 : Lunette astronomique

On représente une lunette astronomique par deux lentilles minces convergentes : l'objectif L_1 de focale $f_1' = 80$ cm, diamètre $D = 60$ mm, et l'oculaire L_2 de focale $f_2' = 6{,}0$ mm.

La lunette est réglée à l'infini (c'est-à-dire qu'elle donne d'un objet à l'infini une image à l'infini).

a) Quelle est la distance h entre L_1 et L_2 ? Quel est l'intérêt de ce réglage ?

b) Représenter sur un schéma, sans respecter l'échelle, le devenir d'un rayon incident faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α' dans les conditions de Gauss.

c) Déterminer l'expression du grossissement angulaire $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ de la lunette en fonction de f_1' et f_2'.

d) Au moment de l'observation : la distance Terre-Mars est égale à $7{,}0.10^7$ km, diamètre de Mars 6 800 km ; la distance Terre-Lune est égale à $3{,}8.10^5$ km, diamètre de la Lune 3 400 km. Si on estime l'angle maximal sous lequel l'observateur voit l'image, à environ 30°, cet observateur voit-il Mars en entier ? Même question pour la Lune.

e) Tous les rayons incidents qui pénètrent dans l'objectif de la lunette donnent des rayons émergents qui, à la sortie de l'instrument, passent à l'intérieur d'un cercle appelé « cercle oculaire » ; montrer qu'il s'agit de l'image de l'objectif par l'oculaire.

1) Établir la relation qui lie le diamètre d du cercle oculaire, le diamètre D de l'objectif et le grossissement G.

2) Quelle est la position du cercle oculaire par rapport à l'oculaire ?

3) Où faut-il placer l'œil pour avoir une observation optimale ? Quelle taille maximale le cercle oculaire ne doit-il pas dépasser *a priori*, lors d'une observation visuelle ?

f) Lorsqu'on observe une étoile à l'aide de la lunette, l'image paraît ponctuelle. Quel est alors l'intérêt de la lunette ?