

Electrocinétique, cinétique chimique**Problème 1 : Mécanique** (Extrait concours Centrale, TSI, 2009)

Le problème analyse une expérience classique de travaux pratiques destinée à mettre en évidence un phénomène de résonance en mécanique. On considère un ressort vertical à spires non jointives dans son domaine de linéarité. Il est caractérisé par une masse linéique μ , une constante de raideur k , et un corps M , de masse m , est accroché à son extrémité inférieure. L'étude mécanique est faite dans le référentiel (R) du laboratoire supposé galiléen et les déplacements envisagés sont verticaux. On utilise les notations suivantes :

- \vec{e}_x , vecteur unitaire définissant la direction de l'axe $x'x$ et le sens de la verticale descendante,
- $\vec{g} = g\vec{e}_x$, champ de pesanteur uniforme,
- $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

Grâce à un système bielle-manivelle on impose à l'extrémité supérieure du ressort le déplacement $X(t)\vec{e}_x = a\cos\omega t\vec{e}_x$, a et ω étant des constantes.

Grâce à un dispositif approprié (partie IV) on soumet M à une force de frottement fluide \vec{F}_f de la forme $\vec{F}_f = -h\vec{v}$, h étant une constante positive et \vec{v} représentant la vitesse de M . On impose toujours le déplacement $X(t) = a\cos\omega t$ à l'extrémité supérieure du ressort. On note

$$Q = \frac{m\omega_0}{h}$$

le facteur de qualité et on prend toujours $\mu = 0$.

II.A - Déterminer l'équation différentielle (E_3) du mouvement de M .

II.B - On s'intéresse à la solution en régime forcé. Quel est, en fonction de ω_0 et Q , l'ordre de grandeur du temps τ nécessaire pour considérer seulement cette solution ?

II.C - Montrer que l'amplitude A du déplacement de M s'exprime sous la forme :

$$A = \frac{a}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2 Q^2}}}.$$

II.D - Donner une interprétation physique du mouvement de M aux hautes et basses fréquences.

II.E - Montrer que, si Q est supérieur à une valeur minimale Q_{min} à déterminer, A prend une valeur maximale pour une pulsation ω_r à exprimer en fonction de ω_0 et Q .

II.F - Déterminer l'expression V de l'amplitude de la vitesse de M en fonction de a , ω , ω_0 et Q .

II.G - Donner une interprétation physique de la variation de V aux hautes et basses fréquences.

II.H - Montrer que V prend une valeur maximale pour une pulsation indépendante de Q .

II.I - Grâce à un capteur de position de M , on mesure une tension V_{pp} proportionnelle à l'amplitude A . À partir des valeurs expérimentales suivantes tracer les courbes représentant les variations de $V_{pp}(mV)$ et de $f \cdot V_{pp}(V \cdot Hz)$ en fonction de la fréquence $f(mHz)$.

Échelles : $1V \leftrightarrow 2\text{ cm}$, $1V \cdot s^{-1} \leftrightarrow 1\text{ cm}$, $1Hz \leftrightarrow 4\text{ cm}$.

V_{pp}	1844	1844	1844	1844	1906	2063	2281	2500	2906
f	156,3	213,9	287,8	412,4	615,4	869,6	1026	1250	1429
$f \cdot V_{pp}$	0,228	0,394	0,531	0,760	1,173	1,794	2,340	3,125	4,153
V_{pp}	3438	4094	4531	4938	5750	5906	5531	4188	3281
f	1613	1786	1887	1923	2128	2198	2299	2500	2597
$f \cdot V_{pp}$	5,545	7,312	8,550	9,496	12,24	12,98	12,71	10,47	8,521
V_{pp}	3250	2813	2344	1812	1469	1094	1062		
f	2632	2778	2857	3077	3361	3636	3704		
$f \cdot V_{pp}$	8,554	7,814	6,697	5,575	4,937	3,978	3,934		

II.J - À l'évolution de quelle grandeur physique accède-t-on en traçant la courbe représentant les variations de $f \cdot V_{pp}$ en fonction de f ?

II.K - Définir la bande passante Δf . Déterminer graphiquement Δf et la fréquence propre f_0 associées à la fonction de transfert $H_V : f \rightarrow f \cdot V_{pp}$. En déduire le facteur de qualité Q . Comparer ces valeurs aux résultats donnés par un logiciel de modélisation : $V_{pp}(0) = 1811 \pm 59\text{ mV}$, $f_0 = 2228 \pm 12\text{ mHz}$, $Q = 3,183 \pm 0,140$. Que penser du modèle proposé pour interpréter l'expérience ? Sachant que $m = 0,275\text{ kg}$, calculer h .

II.L - Déterminer le schéma électrique équivalent, c'est-à-dire décrit par une équation différentielle du même type que (E_3) , association d'une résistance R , d'une inductance L , d'une capacité C , alimentée par une source de courant idéale $I \cos \omega t$. Dresser un tableau d'analogies électromécaniques.

Problème 2 : Solution aqueuse (Extrait « Petites Mines », concours commun 2009)

Constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. $T_0 = 273 \text{ K}$ correspond à 0°C

Le chlore a pour numéro atomique $Z = 17$

Masse atomique molaire de H : 1 g.mol^{-1}

Masse atomique molaire de Cl : $35,5 \text{ g.mol}^{-1}$

(g), (l), (s), (aq) après la formule d'une espèce chimique signifient respectivement gazeux, liquide, solide et aqueux.

Dosage des ions chlorure $\text{Cl}(\text{aq})$ par précipitation.

Dans cet exercice, tous les ions sont sous forme aqueuse.

Pour s'assurer que le dosage des ions $\text{Cl}(\text{aq})$ par les ions $\text{Ag}^+(\text{aq})$ est possible, on réalise au préalable la manipulation suivante.

67) On effectue le dosage de $V_1 = 100 \text{ mL}$ d'une solution S_1 placée dans le bécher, de chlorure de sodium (Na^+ , Cl^-) de concentration $C_1 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ par une solution S_2 de nitrate d'argent (Ag^+ , NO_3^-) placée dans la burette, de concentration $C_2 = 8.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Le produit de solubilité du chlorure d'argent $\text{AgCl}(\text{s})$ est : $K_{S1}^0 = 10^{-10}$.

Ecrire la réaction de dosage. Exprimer la constante d'équilibre K_{S1}^0 en fonction des concentrations. La précipitation débute-t-elle dès la première goutte ? (Une goutte = 0.05 mL).

68) Calculer le volume V_{2e} de la solution de nitrate d'argent versé à l'équivalence.

69) On a ajouté dans le bécher, en guise d'indicateur coloré, $V_3 = 2 \text{ mL}$ d'une solution de chromate de potassium K_2CrO_4 , (2 K^+ , CrO_4^{2-}) de concentration $C_3 = 1 \text{ mol.L}^{-1}$, susceptible de donner le précipité $\text{Ag}_2\text{CrO}_4(\text{s})$, de couleur rouge, dont le produit de solubilité est $K_{S2}^0 = 10^{-11,8}$.

Ecrire la réaction de précipitation de $\text{Ag}_2\text{CrO}_4(\text{s})$.

Exprimer la constante d'équilibre K_{S2}^0 en fonction des concentrations.

Montrer que $\text{AgCl}(\text{s})$ précipite avant $\text{Ag}_2\text{CrO}_4(\text{s})$.

70) Quelle est la concentration en ions Cl^- dans le bécher quand $\text{Ag}_2\text{CrO}_4(\text{s})$ commence à précipiter. (On considérera que le volume est très voisin de celui à l'équivalence).

71) Le titrage précédent est maintenant réalisé par conductimétrie. Quelle est la grandeur physique mesurée ? Rappeler les différentes façons d'obtenir des courbes formées de segments de droites.

72) On donne les conductivités molaires limites ioniques suivantes (en $\text{mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$) :

$\lambda^\circ(\text{Cl}^-) = 7,6$ $\lambda^\circ(\text{Ag}^+) = 6,2$ $\lambda^\circ(\text{NO}_3^-) = 7,1$ $\lambda^\circ(\text{Na}^+) = 5,0$. Exprimer la conductivité d'une solution ionique en fonction des concentrations et des conductivités molaires ioniques des ions. Expliquer de façon simple comment varie la conductivité de la solution contenue dans le bécher au cours du titrage et tracer l'allure de la courbe du titrage conductimétrique précédent.