

Mécanique, statique des fluides

**PROBLEME N°1 : Electrostatique, modèle des plans infinis**

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct  $(Ox, Oy, Oz)$  de base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

**I. Plan infini**

Soit un plan infini, noté  $(P_1)$ , orthogonal à l'axe  $Ox$ , d'équation  $x = +a$  (avec  $a > 0$ ) et chargé positivement avec une densité surfacique uniforme de charge  $+\sigma$ . En tout point  $M(x, y, z)$  de l'espace pour lequel  $x > +a$  [demi-espace noté (I)], le champ électrostatique  $\vec{E}(M)$ , créé par le plan  $(P_1)$ , s'écrit :  $\vec{E}(M) = + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x$ , avec  $\epsilon_0$  permittivité absolue du vide (figure 1).

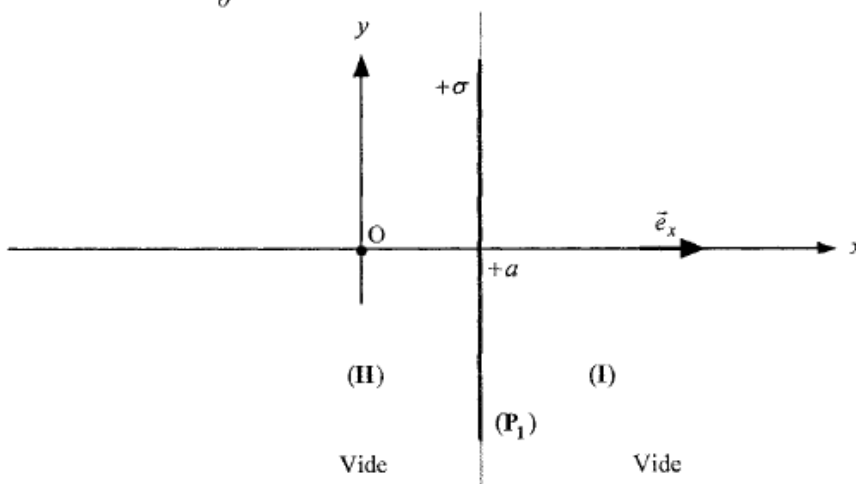


Figure 1

Justifier, par utilisation du théorème de Gauss, que  $\vec{E}(M) = + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x$ .

Donner, sans calcul, mais en la justifiant, l'expression vectorielle du champ électrostatique  $\vec{E}(M)$  en tout point du demi-espace noté (II), pour lequel  $x < +a$  (figure 1).

**II. Deux plans infinis parallèles**

Un second plan infini, noté  $(P_2)$ , symétrique du plan  $(P_1)$  par rapport au plan  $yOz$ , et donc d'équation  $x = -a$ , est chargé négativement avec une densité surfacique de charge  $-\sigma$  (figure 2).

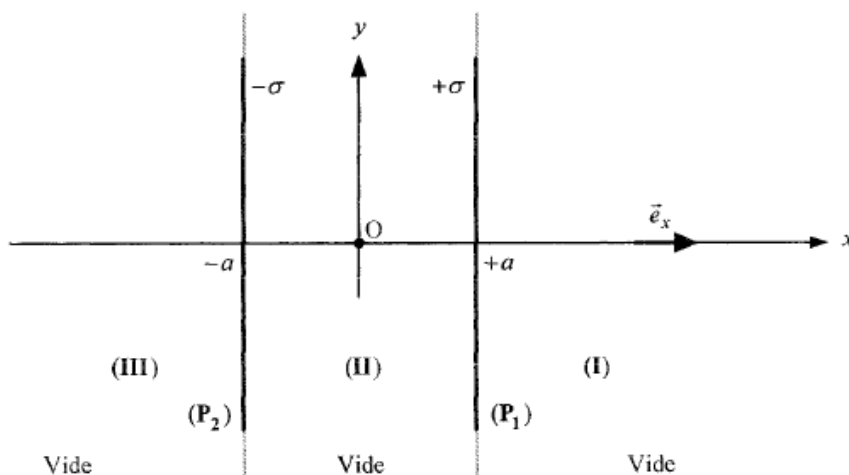
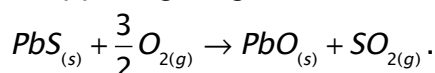


Figure 2

1. Déterminer l'expression vectorielle du champ résultant  $\vec{E}_{tot}(M)$  dans les trois domaines de l'espace (I) ( $+a < x$ ), (II) ( $-a < x < +a$ ) et (III) ( $x < -a$ ).
2. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction  $E_{tot}(x)$ .
3. En tout point  $M$  de l'espace, le champ électrostatique  $\vec{E}_{tot}(M)$  et le potentiel électrostatique  $V_{tot}(M)$ , créés par l'ensemble des deux plans, sont liés par la relation  $\vec{E}_{tot}(M) = -\text{grad } V_{tot}(M)$ , ce qui se traduit, ici, compte tenu des considérations de symétrie, par la relation  $\vec{E}_{tot}(x) = -\text{grad } V_{tot}(x)$ . Sachant que, par convention, le potentiel  $V_{tot}$  est choisi nul dans le plan  $yOz$  et que le potentiel est continu en tout point de l'espace, déterminer l'expression du potentiel  $V_{tot}(x)$  dans chacun des domaines (I), (II) et (III).
4. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction  $V_{tot}(x)$ .

## PROBLEME N°2 : Etude de la réaction de grillage du plomb

Le minerai de plomb contient essentiellement de la galène ( $PbS$ ). Afin d'éliminer le soufre, il faut d'abord effectuer l'opération que l'on appelle grillage :



Afin de décomposer  $PbSO_4$  qui se forme au cours du grillage, la température doit être au moins égale à  $950^\circ\text{C}$ . Il faut éviter d'atteindre  $1114^\circ\text{C}$ , la température de fusion de  $PbS$ .

1) A l'aide des données, exprimer puis calculer l'enthalpie standard de la réaction de grillage à 298 K.

2) Calculer l'enthalpie standard de la réaction à 1 223 K. Calculer sa variation relative entre 298 K et 1 223 K.

3) La réaction est **exothermique**. Les réactifs sont le minerai et de l'air, sachant que la composition molaire de l'air est de 80 % de diazote et de 20 % de dioxygène. Les réactifs entrent à la température de 298 K et la réaction a lieu à 1 223 K. Schématiquement on pourra considérer que la quantité de chaleur dégagée (transfert thermique) à pression constante sert à échauffer **uniquement** les réactifs entrants.

En supposant que la transformation totale soit adiabatique, déterminer la température à laquelle sont portés les réactifs.

La réaction peut-elle être auto-entretenu (dans ce cas, il faudrait prévoir un système de refroidissement) ou doit-on apporter de l'énergie pour échauffer les réactifs jusqu'à 1 223 K ?

4) En fait, le minerai est constitué d'un mélange de  $PbS$  et de gangue (ensemble des minéraux d'un site d'exploitation) à  $x$  % de  $PbS$  en moles. En considérant que la capacité calorifique (thermique) molaire de la gangue est de  $48 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ , calculer la valeur de  $x$  pour que la température atteinte soit de 1 223 K, en se plaçant dans les mêmes conditions qu'au 3).

### Données :

On donne les enthalpies standards de formation à 298 K et les valeurs des capacités calorifiques molaires à pression constante, considérées comme constantes dans les intervalles de température considérés.

	$PbS_{(s)}$	$PbO_{(s)}$	$O_{2(g)}$	$SO_{2(g)}$	$N_{2(g)}$
$\Delta_f H^\circ_{298} \text{ (kJ.mol}^{-1}\text{)}$	-100,4	-217,4	0	-296,8	0
$C_p \text{ (J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}\text{)}$	49,5	45,9	29,4	39,9	29,1