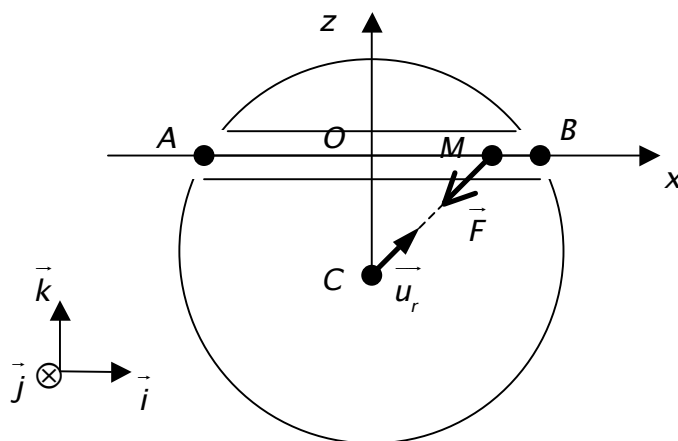


Voyage à l'intérieur de la terre

La terre est un astre supposé sphérique, de centre C et de rayon R . Le référentiel $\mathfrak{R}_g(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié à la terre est supposé galiléen (la rotation de la terre n'est pas prise en compte) et le champ de pesanteur, uniforme à la surface de la terre, est noté g .

Pour relier deux villes A et B , un tunnel est foré au travers du globe terrestre. Un mobile assimilable à un point matériel M de masse m part sans vitesse initiale du point A et glisse dans le tunnel sans frottement, selon l'axe (Ox) pour rejoindre B . Sa position est repérée par l'abscisse (Ox) .



L'interaction gravitationnelle exercée par la terre sur M est $\vec{F} = -mg \frac{r}{R} \vec{u}_r$ avec $CM = r(t)$. La distance CO du tunnel au centre de la terre est notée d .

- a) Donner l'expression de la composante de \vec{F} suivant (Ox) notée F_x . De même pour F_z .
 - b) Déterminer le travail de la force \vec{F} lorsque le mobile M se déplace d'un point de coordonnée x_i à un point de coordonnée x_f .
 - c) En déduire l'expression de l'énergie potentielle de gravitation E_p associée au point M en choisissant l'origine de cette énergie en O .
 - d) Déterminer l'énergie mécanique du mobile en fonction de m , g , R et d . En déduire la vitesse maximale v_{\max} du mobile.
 - e) Le point M possède-t-il une position d'équilibre stable ?
 - f) Déterminer la nature et l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de M en utilisant une approche énergétique. Retrouver l'expression de v_{\max} .
 - g) Calculer numériquement le temps T nécessaire au mobile pour revenir en A .
- données : $R = 6400 \text{ km}$ et $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

