AVERTISSEMENT

La **présentation,** la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leur calculs.

Problème n°1: Satellite (Extrait Banque PT, épreuve A, 2011)

Les orbites des satellites SPOT et ENVISAT sont des trajectoires circulaires très proches. On considérera dans toute cette partie que leurs altitudes sont identiques soit $h = 800$ km (voir figure 1).

A / Caractéristiques des orbites de SPOT et d'ENVISAT

Acquérir plusieurs images d'une même zone à des instants différents nécessite une bonne maîtrise des trajectoires des satellites. On se propose d'étudier certains aspects du mouvement d'un satellite ($\mathcal{S}$) par rapport au référentiel géocentrique ($\mathcal{R}_g$) considéré comme galiléen. Le satellite de masse m, repéré par un point P est en orbite circulaire de centre O à une altitude h. On considèrera que la Terre est une sphère homogène de rayon R_T et de centre O (voir figure 1).

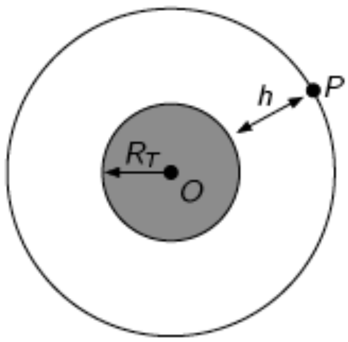


FIGURE 1 – Orbites des satellites SPOT et ENVISAT.

A1. Déterminer le champ gravitationnel $\vec{\mathcal{G}}(P)$ s'exerçant au point P.

A2. Établir soigneusement la relation entre la période de révolution T du satellite et son altitude h. Après l'avoir calculé approximativement, déterminer laquelle des valeurs suivantes correspond à la période T de rotation du satellite :

3 min   1 h 01 min   1 h 21 min   3 h 11 min

A3. En déduire l'expression de la norme de la vitesse $v = ||\vec{v}||$ en fonction de G, M_T, R_T et h. Après l'avoir calculé approximativement, déterminer laquelle des valeurs suivantes correspond à la vitesse v du satellite :

$2,8\ \text{m.s}^{-1}$ $1200\ \text{m.s}^{-1}$ $4000\ \text{m.s}^{-1}$ $7500\ \text{m.s}^{-1}$

A4. Exprimer l'énergie potentielle E_p du satellite dans le champ de gravité de la terre en fonction de G, M_T, R_T et h.

A5. En déduire la relation suivante, appelée « théorème du viriel » :

$$2E_c + E_p = 0$$

La Terre est entourée d'une atmosphère qui s'oppose au mouvement du satellite. La force de frottement $\overrightarrow{f}$ créée par l'atmosphère est proportionnelle au carré de la vitesse v du satellite et elle s'exprime par $\overrightarrow{f} = -\alpha m v \overrightarrow{v}$, où α est une constante de valeur positive.

A6. Déterminer la dimension de α.

A7. En considérant que dans ces conditions, le théorème du viriel établi précédemment est toujours valable, exprimer l'énergie mécanique du satellite E et la norme de la vitesse v en en fonction de G, M_T, R_T et h.

A8. À partir d'un théorème énergétique en déduire que h vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = -2\alpha\sqrt{GM_T(R_T + h)}.$$

A9. Un satellite placé sur une orbite d'altitude $h = 800$ km subit une diminution d'altitude d'environ 1 m par révolution ; on suppose que sa vitesse est, en norme, peu affectée au bout d'une révolution. On donne $\sqrt{GM_T(R_T + h)} \simeq 3,2\ 10^7$ SI.

En déduire un ordre de grandeur de α (ne pas s'étonner de la petitesse du résultat). Calculer, avec la même approximation, la perte d'altitude du satellite au bout de 10 ans de fonctionnement. Le fait d'avoir une augmentation de la vitesse en présence d'une force opposée au mouvement est-il paradoxal ?

A10. D'après les résultats précédents et en considérant le rôle des satellites étudiés, discuter succintement du choix de l'altitude de l'orbite pour ces satellites.

Données numériques :

constante de gravitation	$G = 6,7\ 10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2}
masse de la Terre	$M_T = 6,0\ 10^{24}$ kg
rayon de la Terre	$R_T = 6400$ km
charge élémentaire	$e = 1,6\ 10^{-19}$ C
masse de l'électron	$m_e = 9,1\ 10^{-31}$ kg
célérité de la lumière	$c = 3\ 10^8$ m.s^{-1}
permittivité du vide	$\varepsilon_0 = 8,9\ 10^{-12}$ F.m^{-1}

Problème n°2: Atmosphère terrestre (Extrait de VETO, filière BCPST, 2003)

On considère une masse m de gaz parfait de masse molaire M contenue dans une enceinte de volume V sous une pression supposée uniforme P et à la température T.

1. Ecrire l'équation d'état de ce gaz. On notera R la constante des gaz parfaits.

   Application numérique : calculer le volume occupé par une mole de gaz parfait à la température de 273 K et sous la pression de 10^5 Pa. ($R = 8{,}31\ J.K^{-1}.mol^{-1}$)

2. En déduire l'expression de la masse volumique ρ d'un gaz parfait en fonction de T, P, M et R.

   Application numérique : calculer la masse volumique de l'air, assimilé à un gaz parfait de masse molaire 28,8 $g.mol^{-1}$ à la température $T_0 = 273$ K et sous la pression $P_0 = 10^5$ Pa.

3. Soit ρ_0 la masse volumique du gaz parfait dans les conditions T_0 et P_0. Déterminer l'expression de la masse volumique ρ à la température T et à la pression P en fonction de ρ_0, T, P , T_0 et P_0.

4. L'atmosphère terrestre est assimilée à un gaz parfait placé dans un champ de pesanteur uniforme et constant **g**. On choisit un axe vertical Oz dirigé vers le haut, de vecteur unitaire $\mathbf{u_z}$, l'origine étant prise au niveau de la mer.

   On pose $\mathbf{g} = - g_0\, \mathbf{u_z}$.($g_0$ constante positive égale à 9,81 $m.s^{-2}$). On suppose la température de l'atmosphère uniforme et égale à $T_0 = 273$ K.

   Soit dP la variation de pression lorsque l'on se déplace verticalement de dz à partir du point d'altitude z. Démontrer la relation :

$$dP = - \rho(z)\, g_0\, dz$$

5. En déduire l'expression de la pression P(z) à l'altitude z en fonction de ρ_0, P_0, g_0 et z sachant que la pression au niveau de la mer est P_0.

   Tracer, sur la copie, l'allure de la courbe P(z).

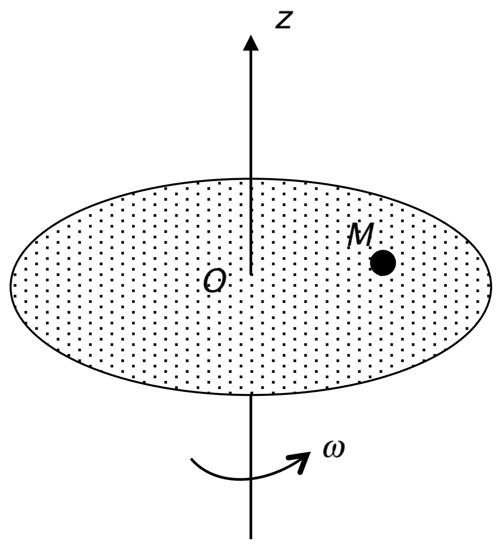
6. Application numérique : calculer l'altitude h pour laquelle $P(h) = P_0/2$.

7. En fait l'air est constitué essentiellement de diazote de masse molaire $M_{N2} = 28\ g.mol^{-1}$ et de dioxygène de masse molaire $M_{O2} = 32\ g.mol^{-1}$. On admettra qu'au niveau de la mer les

(Question 7, ne pas traiter)

<u>Problème n°3: Mouvement de rotation uniforme</u> (Extrait du cours !!!!)

On considère un plateau horizontal de centre O ayant (relativement au référentiel terrestre $\Re_T$ supposé galiléen) un mouvement de rotation uniforme à la vitesse angulaire ω autour de l'axe vertical (Oz) perpendiculaire au plateau. On place sur le plateau une particule M de masse m.



La force de frottement solide statique est notée f.

a) On suppose que la particule est au repos par rapport au plateau. Faire un bilan des forces qui s'appliquent à la masse en détaillant l'expression de ces forces que l'on exprimera dans un repère adapté.

b) A partir de quelle valeur de la vitesse angulaire du plateau, notée $\omega_{\max}$, la masse ne sera-t-elle plus à l'équilibre sur le plateau ?

c) Dans cette question $\omega > \omega_{\max}$. A quelle nouvelle force la masse est-elle soumise ? On donnera son expression. Décrire qualitativement la trajectoire de la masse en justifiant.