

**Mécanique série n°7: force centrale conservative**

Dans ce TD, la Terre est assimilée à une sphère de rayon  $r_0 = 6400$  km et est animée d'un mouvement de rotation uniforme de période  $T_1 = 24$  h dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen. A la surface de la Terre,  $g_0 = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$ .

Il y a des liens entre les exercices. Il faut penser à utiliser la conservation de l'énergie mécanique. On admet que l'énergie mécanique d'un satellite sur une orbite elliptique est identique à celle d'un satellite en orbite circulaire moyennant la substitution : rayon  $\leftrightarrow$  1/2 grande axe de l'ellipse .

**Exercice 1 : Satellite de masse  $m$  en orbite circulaire dans le plan équatorial à faible altitude, orbite base** ◆

L'altitude du satellite est négligeable devant  $r_0$ .

- a) Exprimer en fonction de  $g_0$  et  $r_0$  la vitesse  $v_0$  et la période  $T_0$  du satellite. Faire l'application numérique.
- b) Calculer la vitesse  $v_s$  d'un point de la terre à l'équateur.

Exprimer le rapport  $v_s / v_0$  en fonction de  $g_0, r_0$  et  $T_1$ . Discuter.

- c) Exprimer l'énergie  $W_0$  à communiquer au satellite pour qu'il puisse atteindre cette orbite depuis une base de lancement située sur terre en fonction de son énergie cinétique  $E_{c_0}$  sur l'orbite.

**Exercice 2 : Satellite géostationnaire** ◆◆

Un satellite géostationnaire reste toujours au dessus d'un même point situé sur terre.

- a) Etablir les caractéristiques de sa trajectoire.

Exprimer le rayon  $r_1$  de l'orbite en fonction de  $r_0, T_1$  et  $T_0$  puis le rapport  $d = r_1 / r_0$ .

- b) Exprimer en fonction de  $v_0$  et  $d$  la vitesse  $v_1$  du satellite sur cette trajectoire.
- c) Exprimer le travail  $W$  à fournir pour lancer le satellite depuis la terre en fonction de  $E_{c_0}$  et  $d$ .

**Exercice 3 : Mise en orbite** ◆◆◆

En un point de l'orbite basse, on communique très rapidement une nouvelle vitesse  $v_0'$  afin que le satellite puisse, par l'intermédiaire d'une trajectoire elliptique de transfert, arriver tangentiellement à l'orbite géostationnaire.

- a) Exprimer la vitesse  $v_0'$  en fonction de  $v_0$  et  $d$ . Faire l'application numérique.
- b) Exprimer le travail  $W_1$  lié à cette étape en fonction de  $E_{c_0}$  et  $d$ .
- c) Quelle est, en fonction de  $v_0$  et  $d$ , la vitesse  $v_1'$  du satellite lorsqu'il arrive tangentiellement à l'orbite géostationnaire ?
- d) Au point où le satellite arrive tangentiellement à l'orbite géostationnaire, on lui communique la vitesse  $v_1$ . Exprimer le travail  $W_2$  dépensé dans cette opération en fonction de  $E_{c_0}$  et  $d$ .
- e) Calculer le travail total  $W'$  nécessaire à la mise en orbite géostationnaire du satellite. Valeur du rapport  $W' / E_{c_0}$ . Discuter, comparer avec  $W$ .
- f) Calculer la durée  $T$  du transfert entre l'orbite basse et l'orbite finale en fonction de  $T_1$  et  $d$ . Faire l'application numérique.