CHANGEMENT DE REFERENTIEL MECANIQUE NON GALILEENNE

PRELUDE

Dans la première partie de ce chapitre nous allons nous intéresser à **la cinématique des changements de référentiels**. L'expression du vecteur vitesse d'un point matériel $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ ainsi que l'expression de son accélération $\vec{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$ dépendent du référentiel d'étude (O est un point fixe dans le référentiel d'étude). Nous allons établir le lien entre les vitesses et les accélérations exprimées dans deux référentiels différents.

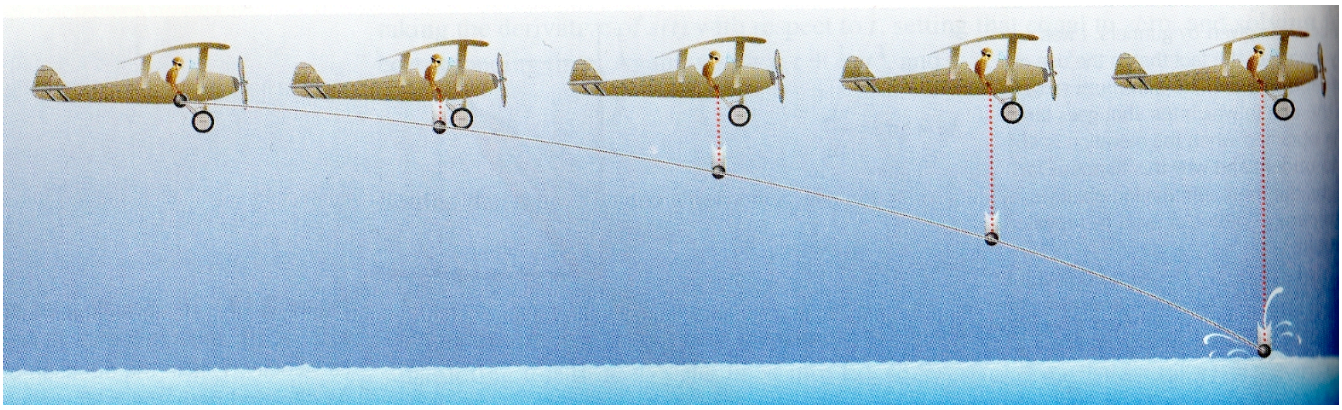
Dans une deuxième partie, nous étudierons les conséquences **dynamiques du problème de changement de référentiels**. Nous savons que la mécanique classique, au travers de la première loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique, a introduit des référentiels privilégiés ; les référentiels galiléens ou référentiels d'inertie. Notre objectif est d'étudier les modifications apportées au principe fondamental de la dynamique lorsque l'on se place dans un référentiel non galiléen.

I – Changement de référentiel : aspect cinématique

1.1 Position du problème et formalisme

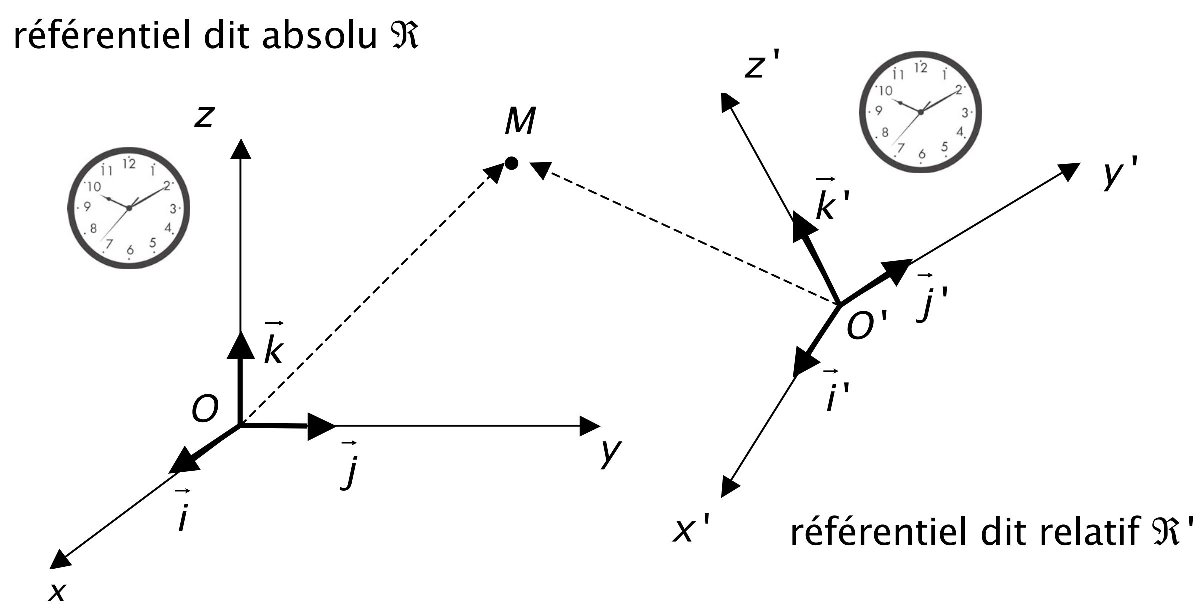
Les changements de référentiel sont une question qui apparaît naturellement dans des situations de la vie courante.

Considérons par exemple la situation décrite par l'image ci-dessous. L'avion se déplace à vitesse constante par rapport au sol.



Pour l'observateur lié à la plage, le projectile décrit un mouvement parabolique (cf cours de dynamique du point). Par contre, pour l'aviateur lié à l'avion, le projectile décrit un mouvement

rectiligne vertical accéléré. Les deux observateurs constituent deux référentiels possibles, chacun d'eux ne verra pas la même trajectoire.
L'objet de ce paragraphe est d'établir, d'un point de vue cinématique, les lois permettant d'obtenir les expressions de la vitesse et de l'accélération dans un référentiel connaissant leur expression dans un autre référentiel et le mouvement du nouveau référentiel par rapport à l'ancien.



Nous allons utiliser les notations suivantes :

<u>Le référentiel absolu :</u>

Il s'agit du référentiel $\Re$, **considéré comme fixe,** constitué du repère d'espace $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ auquel on lie une horloge qui mesure le temps. On notera $\left(x,y,z\right)$ les coordonnées du point matériel M et t le temps associé.

<u>Le référentiel relatif :</u>

Il s'agit du référentiel $\Re'$, **considéré comme mobile,** constitué du repère d'espace $\left(O',\vec{i}',\vec{j}',\vec{k}'\right)$ auquel on lie une horloge qui mesure le temps. On notera $\left(x',y',z'\right)$ les coordonnées du point matériel M et t le temps associé. Le temps étant absolu en mécanique classique (ce qui n'est pas le cas en mécanique relativiste), les deux horloges mesurent le même temps.

Ces appellations sont formelles et n'ont pas de significations intrinsèques. **Les deux référentiels jouent des rôles parfaitement symétriques**, le seul point important est l'existence d'un mouvement relatif de l'un par rapport à l'autre.

1.2 Notion de point coïncidant

Il s'agit d'une notion un peu délicate que nous allons utiliser par la suite.

On appelle point coïncidant le point P du référentiel mobile, qui à l'instant t, coïncide avec le point M du référentiel fixe. **Le point P est fixe dans le référentiel mobile**, il lui est rigidement lié. En revanche le point M**, défini dans le référentiel fixe, est mobile**, il n'est pas au même endroit pour deux instants distincts.

Il faut noter qu'en général si P et M coïncident à l'instant t, il n'y a aucune raison qu'ils coïncident à un instant antérieur ou postérieur. Leurs trajectoires se croisent à l'instant t et se séparent juste après. Le point P est entraîné par le référentiel mobile auquel il est lié tandis que le point M reste fixe. Le point P coïncide avec un autre point M à l'instant $t+dt$.

Nous verrons des exemples par la suite.

1.3 Définitions

Nous allons par la suite distinguer plusieurs vitesses et plusieurs accélérations.

$\Rightarrow$ La vitesse (respectivement l'accélération) **absolue** notée $\overrightarrow{v_a}(M)$ (respectivement $\overrightarrow{a_a}(M)$) est la vitesse (respectivement l'accélération) du point M étudiée dans le référentiel fixe ou absolu $\Re$.

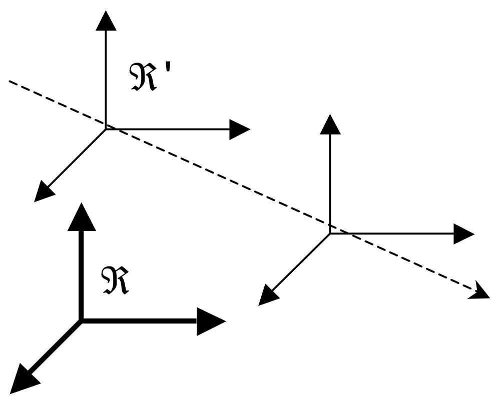
$\Rightarrow$ La vitesse (respectivement l'accélération) **relative** notée $\overrightarrow{v_r}(M)$ (respectivement $\overrightarrow{a_r}(M)$) est la vitesse (respectivement l'accélération) du point M étudiée dans le référentiel mobile ou relatif $\Re'$.

$\Rightarrow$ La vitesse (respectivement l'accélération) **d'entaînement** notée $\overrightarrow{v_e}(M)$ (respectivement $\overrightarrow{a_e}(M)$) est la vitesse (respectivement l'accélération) du point coïncidant P étudiée dans le référentiel fixe ou absolu $\Re$.

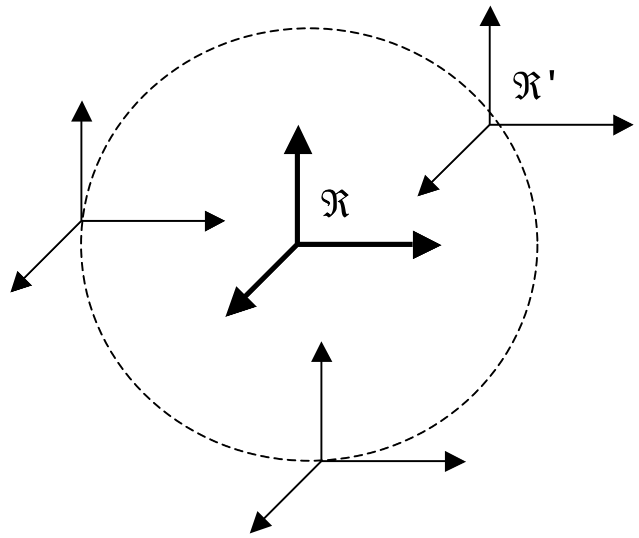
1.4 cinématique 1 : Mouvement de translation

a) Cadre de l'étude

Conformément au programme de PTSI, nous allons étudier le cas où le référentiel relatif $\Re'$ est en mouvement de translation par rapport au référentiel absolu $\Re$. Cela signifie que, à chaque instant, les vecteurs de base $\vec{i}', \vec{j}'$ et $\vec{k}'$ gardent une direction fixe dans l'espace. Il y a deux types de translation comme cela est illustré sur la figure ci-dessous.



Translation rectiligne
(ex : les voitures les unes par rapport aux autres sur l'autoroute)



Translation circulaire
(ex : la grande roue)

b) Composition des vitesses

$\overrightarrow{O'M} = x'\overrightarrow{i'} + y'\overrightarrow{j'} + z'\overrightarrow{k'}$.

$\left.\dfrac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_{\Re'} = \dot{x}'\overrightarrow{i'} + \dot{y}'\overrightarrow{j'} + \dot{z}'\overrightarrow{k'}$ car $\overrightarrow{i'}$, $\overrightarrow{j'}$ et $\overrightarrow{k'}$ sont fixes dans $\Re'$.

$\left.\dfrac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_{\Re} = \dot{x}'\overrightarrow{i'} + \dot{y}'\overrightarrow{j'} + \dot{z}'\overrightarrow{k'} + x'\left.\dfrac{d\overrightarrow{i'}}{dt}\right)_{\Re} + y'\left.\dfrac{d\overrightarrow{j'}}{dt}\right)_{\Re} + z'\left.\dfrac{d\overrightarrow{k'}}{dt}\right)_{\Re}$ or $\left.\dfrac{d\overrightarrow{i'}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\dfrac{d\overrightarrow{j'}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\dfrac{d\overrightarrow{k'}}{dt}\right)_{\Re} = 0$ car les vecteurs $\overrightarrow{i'}$, $\overrightarrow{j'}$ et $\overrightarrow{k'}$ gardent une direction fixe dans $\Re$ étant donné que l'on a un mouvement de translation donc $\left.\dfrac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_{\Re'} = \left.\dfrac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_{\Re}$.

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$

$\left.\dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\dfrac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right)_{\Re} + \left.\dfrac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\dfrac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right)_{\Re} + \left.\dfrac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_{\Re'}$ d'après ce qui précède. Cette dernière relation nous donne la loi de composition des vitesses:

$$\boxed{\underbrace{\vec{v}(M)_{\Re}}_{\overrightarrow{v_a}(M)} = \underbrace{\vec{v}(O')_{\Re}}_{\overrightarrow{v_e}(M)} + \underbrace{\vec{v}(M)_{\Re'}}_{\overrightarrow{v_r}(M)}}$$

Identifions à présent chaque terme de cette relation.

$\Rightarrow \vec{v}(M)_{\Re}$ est la vitesse du point M dans le référentiel absolu $\Re$ que l'on note $\overrightarrow{v_a}(M)$.

$\Rightarrow \vec{v}(M)_{\Re'}$ est la vitesse du point M dans le référentiel relatif $\Re'$ que l'on note $\overrightarrow{v_r}(M)$.

$\Rightarrow \vec{v}(O')_{\Re}$ peut être analysé à l'aide du point coïncidant. Si dans la relation encadrée précédente, on remplace le point M par le point coïncidant P, on a $\vec{v}(P)_{\Re} = \vec{v}(O')_{\Re} + \vec{v}(P)_{\Re'}$. Or le point P est fixe dans le référentiel mobile $\Re'$ donc $\vec{v}(P)_{\Re'} = 0$. Ainsi $\vec{v}(O')_{\Re}$ est la vitesse du point coïncidant P étudiée dans le référentiel fixe ou absolu $\Re$, que l'on a notée $\overrightarrow{v_e}(M)$, la vitesse d'entraînement.

<u>c) Composition des accélérations</u>

Nous partons de la loi de composition des vitesses que nous allons dériver dans $\Re$:

$$\left.\frac{d\vec{v}(M)_{\Re}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\frac{d\vec{v}(O')_{\Re}}{dt}\right)_{\Re} + \left.\frac{d\vec{v}(M)_{\Re'}}{dt}\right)_{\Re} \text{ soit } \vec{a}(M)_{\Re} = \vec{a}(O')_{\Re} + \left.\frac{d\vec{v}(M)_{\Re'}}{dt}\right)_{\Re}.$$

$$\left.\frac{d\vec{v}(M)_{\Re'}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\frac{d\left(\dot{x}'\overrightarrow{i'} + \dot{y}'\overrightarrow{j'} + \dot{z}'\overrightarrow{k'}\right)}{dt}\right)_{\Re} = \ddot{x}'\overrightarrow{i'} + \ddot{y}'\overrightarrow{j'} + \ddot{z}'\overrightarrow{k'}$$ car comme on l'a déjà noté $\left.\frac{d\overrightarrow{i'}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\frac{d\overrightarrow{j'}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\frac{d\overrightarrow{k'}}{dt}\right)_{\Re} = 0$, les vecteurs $\overrightarrow{i'}$, $\overrightarrow{j'}$ et $\overrightarrow{k'}$ gardent une direction fixe dans $\Re$ étant donné que l'on a un mouvement de translation. On a alors $\left.\frac{d\vec{v}(M)_{\Re'}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\frac{d\vec{v}(M)_{\Re'}}{dt}\right)_{\Re'} = \vec{a}(M)_{\Re'}$

On obtient finalement la loi de composition des accélérations :

$$\boxed{\underbrace{\vec{a}(M)_{\Re}}_{\overrightarrow{a_a}(M)} = \underbrace{\vec{a}(O')_{\Re}}_{\overrightarrow{a_e}(M)} + \underbrace{\vec{a}(M)_{\Re'}}_{\overrightarrow{a_r}(M)}}$$

Identifions à présent chaque terme de cette relation.

$\Rightarrow \vec{a}(M)_{\Re}$ est l'accélération du point M dans le référentiel absolu $\Re$ que l'on note $\overrightarrow{a_a}(M)$.

$\Rightarrow \vec{a}(M)_{\Re'}$ est l'accélération du point M dans le référentiel relatif $\Re'$ que l'on note $\overrightarrow{a_r}(M)$.

$\Rightarrow \vec{a}(O')_{\Re}$ peut être analysé à l'aide du point coïncidant. Si dans la relation encadrée précédente, on remplace le point M par le point coïncidant P, on a $\vec{a}(P)_{\Re} = \vec{a}(O')_{\Re} + \vec{a}(P)_{\Re'}$. Or le point P est fixe dans le référentiel mobile $\Re'$ donc $\vec{a}(P)_{\Re'} = 0$. Ainsi $\vec{a}(O')_{\Re}$ est l'accélération du point coïncidant P étudiée dans le référentiel fixe ou absolu $\Re$, accélération que l'on a notée $\overrightarrow{a_e}(M)$, l'accélération d'entraînement.

d) Cas particulier de la translation rectiligne uniforme

Dans ce cas, le référentiel relatif $\Re'$ a un mouvement de translation rectiligne uniforme à vitesse $\vec{V}$. Dans ce cas $\vec{v}(O')_{\Re} = \vec{v_e}(M) = \vec{V}$ et $\vec{a}(O')_{\Re} = \vec{a_e}(M) = \vec{0}$. On obtient alors :

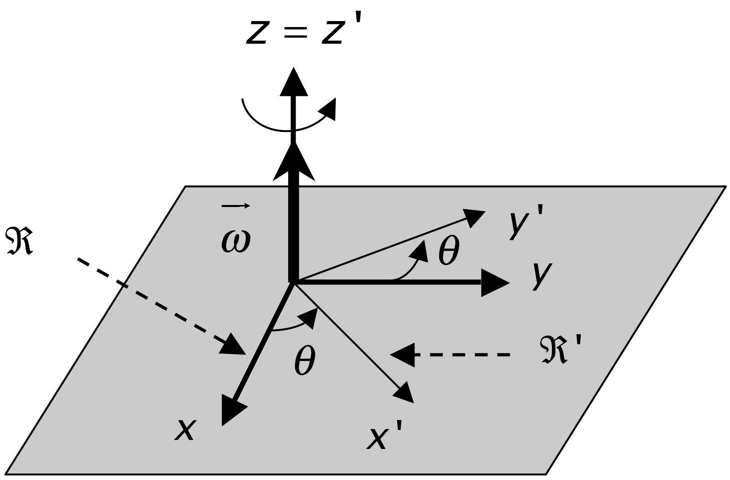
$$\vec{v_a}(M) = \vec{v_r}(M) + \vec{V} \text{ et } \vec{a_a}(M) = \vec{a_r}(M)$$

Ces relations correspondent aux transformations dites de Galiléen dont on va reparler.

1-5 Cinématique 2 : Mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe

a) Cadre de l'étude, vecteur rotation instantanée

On considère, dans le cadre du programme, le cas ou le référentiel mobile $\Re'$ à un mouvement de rotation, à la vitesse angulaire $\dot{\theta} = \omega$, par rapport au référentiel fixe $\Re$ autour de l'axe commun $z = z'$. On a donc $O = O'$ à chaque instant.



Il est commode, comme nous allons le voir, de définir **le vecteur vitesse de rotation instantanée** par (cf cours de SI):

$$\boxed{\vec{\omega} = \dot{\theta}\vec{k} = \omega\vec{k} = \text{vecteur de rotation instantanée}}$$

On a $\vec{i}' = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$ et $\vec{j}' = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}$.

$\left.\frac{d\vec{i}'}{dt}\right)_{\Re} = \dot{\theta}\left.\frac{d\vec{i}'}{d\theta}\right)_{\Re} = \dot{\theta}\left(-\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}\right) = \dot{\theta}\,\vec{j}' = \dot{\theta}\,\vec{k}' \wedge \vec{i}' = \vec{\omega} \wedge \vec{i}'$ et de même : $\left.\frac{d\vec{j}'}{dt}\right)_{\Re} = \vec{\omega} \wedge \vec{j}'$.

On retiendra les relations suivantes qui vont nous être utiles par la suite :

$$\boxed{\left.\frac{d\vec{i}'}{dt}\right)_{\Re} = \vec{\omega} \wedge \vec{i}' \text{ et } \left.\frac{d\vec{j}'}{dt}\right)_{\Re} = \vec{\omega} \wedge \vec{j}'}$$

Si la rotation est **uniforme** $\dot{\theta} = \omega = \text{constante}$.

b) Composition des vitesses

$\overrightarrow{O'M} = \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}'$.

$$\vec{v}(M)_{\Re} = \left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{\Re} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} = \left.\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\frac{d\left(x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}'\right)}{dt}\right)_{\Re}.$$

Les vecteurs $\vec{i}'$, $\vec{j}'$ et $\vec{k}'$ ne sont pas constants dans le temps dans $\Re'$.

On obtient alors $\vec{v}(M)_{\Re} = \underbrace{\dot{x}'\vec{i}' + \dot{y}'\vec{j}' + \dot{z}'\vec{k}'}_{\vec{v}(M))_{\Re'}} + x'\left.\frac{d\vec{i}'}{dt}\right)_{\Re} + y'\left.\frac{d\vec{j}'}{dt}\right)_{\Re} + \underbrace{z'\left.\frac{d\vec{k}'}{dt}\right)_{\Re}}_{=0 \text{ car } \vec{k}' \text{ fixe dans } \Re}$

En utilisant $\left.\frac{d\vec{i}'}{dt}\right)_{\Re} = \vec{\omega} \wedge \vec{i}'$ et $\left.\frac{d\vec{j}'}{dt}\right)_{\Re} = \vec{\omega} \wedge \vec{j}'$, cela donne :

$$\vec{v}(M)_{\Re} = \vec{v}(M)_{\Re'} + x'\vec{\omega} \wedge \vec{i}' + y'\vec{\omega} \wedge \vec{j}' = \vec{v}(M)_{\Re'} + \vec{\omega} \wedge \left(x'\vec{i} + y'\vec{j}'\right) = \vec{v}(M)_{\Re'} + \vec{\omega} \wedge \underbrace{\left(x'\vec{i} + y'\vec{j}' + z'\vec{k}'\right)}_{\overrightarrow{O'M}}.$$

On obtient finalement :

$$\boxed{\underbrace{\vec{v}(M)_{\Re}}_{\vec{v}_a(M)} = \underbrace{\vec{v}(M)_{\Re'}}_{\vec{v}_r(M)} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}}_{\vec{v}_e(M)}}$$

Identifions à présent chaque terme de cette relation.

$\Rightarrow \vec{v}(M)_{\Re}$ est la vitesse du point M dans le référentiel absolu $\Re$ que l'on note $\vec{v}_a(M)$.

$\Rightarrow \vec{v}(M)_{\Re'}$ est la vitesse du point M dans le référentiel relatif $\Re'$ que l'on note $\vec{v}_r(M)$.

$\Rightarrow$ Le terme $\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}$ peut être analysé à l'aide du point coïncidant. Si dans la relation encadrée précédente, on remplace le point M par le point coïncidant P, on a $\vec{v}(P)_{\Re} = \vec{v}(P)_{\Re'} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}$. Or le point P est fixe dans le référentiel mobile $\Re'$ donc $\vec{v}(P)_{\Re'} = 0$. Ainsi $\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}$ est la vitesse du point coïncidant P étudiée dans le référentiel fixe ou absolu $\Re$, vitesse que l'on a notée $\vec{v}_e(M)$, la vitesse d'entraînement.

c) Composition des accélérations

$$\vec{a}(M)_{\Re'} = \left.\frac{d\vec{v}(M)_{\Re'}}{dt}\right)_{\Re'} = \ddot{x}'\vec{i}' + \ddot{y}'\vec{j}' + \ddot{z}'\vec{k}'.$$

$$\vec{a}(M)_{\Re} = \left.\frac{d\vec{v}(M)_{\Re}}{dt}\right)_{\Re} = \left.\frac{d\left(\vec{v}(M)_{\Re'} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)}{dt}\right)_{\Re} = \frac{d}{dt}\left(\dot{x}'\vec{i}' + \dot{y}'\vec{j}' + \dot{z}'\vec{k}' + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)_{\Re}$$

$$= \ddot{x}'\vec{i}' + \ddot{y}'\vec{j}' + \ddot{z}'\vec{k}' + \dot{x}'\left.\frac{d\vec{i}'}{dt}\right)_{\Re} + \dot{y}'\left.\frac{d\vec{j}'}{dt}\right)_{\Re} + \vec{\omega} \wedge \left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{\Re} + \underbrace{\left.\frac{d\vec{\omega}}{dt}\right)_{\Re}}_{=\ 0 \text{ car rotation uniforme}} \wedge \overrightarrow{OM}.$$

On utilise encore une fois $\left.\frac{d\vec{i}'}{dt}\right)_{\Re} = \vec{\omega}\wedge\vec{i}'$ et $\left.\frac{d\vec{j}'}{dt}\right)_{\Re} = \vec{\omega}\wedge\vec{j}'$:

$$\vec{a}(M)_{\Re} = \underbrace{\ddot{x}'\vec{i}'+\ddot{y}'\vec{j}'+\ddot{z}'\vec{k}'}_{\vec{a}(M))_{\Re'}} + \dot{x}'\vec{\omega}\wedge\vec{i}'+\dot{y}'\vec{\omega}\wedge\vec{j}'+\vec{\omega}\wedge\underbrace{\left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{\Re}}_{\vec{v}(M))_{\Re}=\vec{v}(M))_{\Re'}+\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OM}}$$

$$= \vec{a}(M)_{\Re'} + \vec{\omega}\wedge\left(\underbrace{\dot{x}'\vec{i}'+\dot{x}'\vec{i}'+\dot{z}'\vec{k}'}_{\vec{v}(M))_{\Re}}\right)+\vec{\omega}\wedge\vec{v}(M)_{\Re'}+\vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OM}\right) \; .$$

On obtient au final :

$$\boxed{\underbrace{\vec{a}(M)_{\Re}}_{\vec{a}_a(M)} = \underbrace{\vec{a}(M)_{\Re'}}_{\vec{a}_r(M)} + \underbrace{2\vec{\omega}\wedge\vec{v}(M)_{\Re'}}_{2\vec{\omega}\wedge\vec{v}_r(M)} + \underbrace{\vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OM}\right)}_{\vec{a}_e(M)}}$$

Identifions à présent chaque terme de cette relation.

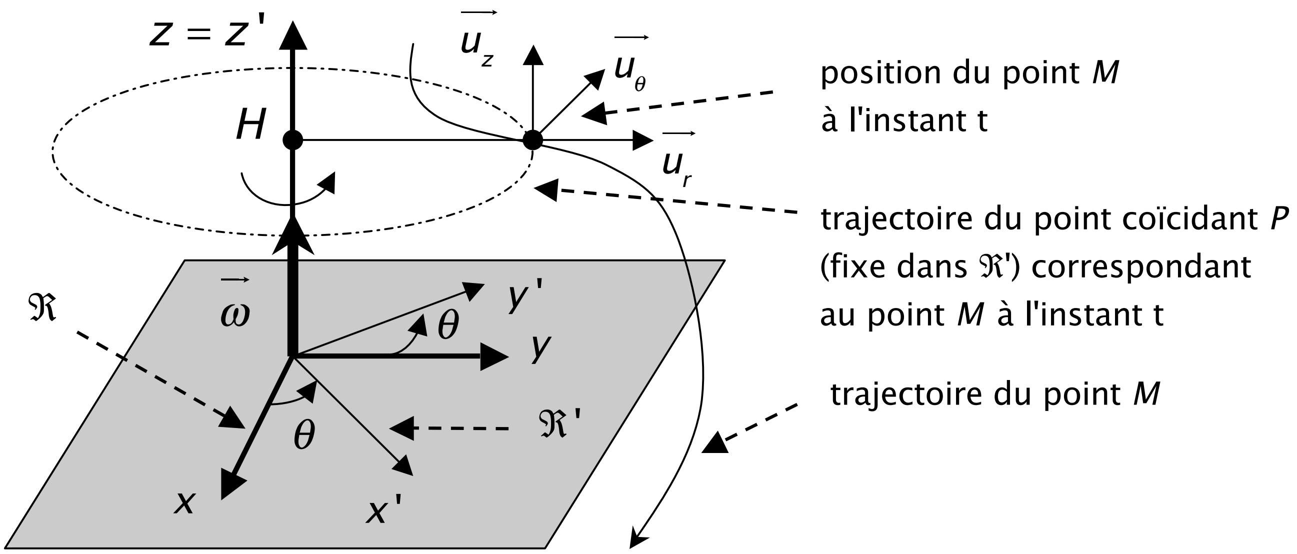
$\Rightarrow \vec{a}(M)_{\Re}$ est l'accélération du point M dans le référentiel absolu $\Re$ que l'on note $\vec{a}_a(M)$.

$\Rightarrow \vec{a}(M)_{\Re'}$ est l'accélération du point M dans le référentiel relatif $\Re'$ que l'on note $\vec{a}_r(M)$.

$\Rightarrow$ Le terme $\vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OM}\right)$ peut être analysé à l'aide du point coïncidant. Si dans la relation encadrée précédente, on remplace le point M par le point coïncidant P, on a $\vec{a}(P)_{\Re} = \underbrace{\vec{a}(P)_{\Re'}}_{=\,0} + \underbrace{2\vec{\omega}\wedge\vec{v}(P)_{\Re'}}_{=\,0} + \vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OP}\right)$. Or le point P est fixe dans le référentiel mobile $\Re'$ donc $\vec{a}(P)_{\Re'}$ et $2\vec{\omega}\wedge\vec{v}(P)_{\Re'} = 0$. Ainsi $\vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OM}\right)$ est la vitesse du point coïncidant P étudiée dans le référentiel fixe ou absolu $\Re$, vitesse que l'on a notée $\vec{a}_e(M)$, l'accélération d'entraînement.

$\Rightarrow$ Nous voyons apparaître un nouveau terme $2\vec{\omega}\wedge\vec{v}_r(M)$. Il s'agit de **l'accélération de Coriolis** (que l'on notera $\vec{a}_r(M)$ par la suite) en l'honneur du physicien et mathématicien français (polytechnicien) (1792-1843). Ce nouveau terme a pour origine la rotation du référentiel relatif $\Re'$. Ce terme n'apparaît pas lorsque $\Re'$ a un mouvement uniquement de translation par rapport à $\Re$. Nous reparlerons de ce terme et de ces effets dans la partie dynamique de ce chapitre.

d) Expression de la vitesse d'entraînement de l'accélération d'entraînement dans la base cylindrique locale



La base locale cylindrique associée au point M. Il y a deux façons de procéder. La première consiste à partir directement de $\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}$ et $\vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OM}\right)$ et d'exprimer $\overrightarrow{OM}$ et $\vec{\omega}$ dans la base locale et de calculer les produits vectoriels. La deuxième approche consiste à utiliser le point coïncidant. C'est cette approche que nous allons utiliser, elle est plus physique et va nous permettre de donner un sens plus concret à la notion de point coïncidant.

Soit le point P qui coïncide avec le point M à l'instant t. Le point P est fixe dans le référentiel relatif $\Re'$. Il a donc une trajectoire circulaire de rayon HP dans le référentiel absolu $\Re$ comme cela est illustré sur le schéma ci-dessus.

La vitesse d'entraînement est donc la vitesse du point P qui décrit un cercle de rayon HM à la vitesse angulaire ω dans le référentiel absolu $\Re$.

$$\overrightarrow{v_e}\left(M\right) = \left.\frac{d\overrightarrow{OP}}{dt}\right)_{\Re} = \underbrace{\left.\frac{d\overrightarrow{OH}}{dt}\right)_{\Re}}_{=\vec{0}} + \left.\frac{d\overrightarrow{HP}}{dt}\right)_{\Re} = \frac{d\left(r\overrightarrow{u_r}\right)}{dt} = r\frac{d\left(\overrightarrow{u_r}\right)}{dt} = r\omega\overrightarrow{u_\theta} \text{ avec } r = OM\left(t\right) = OP = \text{constante}.$$

$$\overrightarrow{a_e}\left(M\right) = \left.\frac{d^2\overrightarrow{OP}}{dt^2}\right)_{\Re} = \left.\frac{d^2\overrightarrow{HP}}{dt^2}\right)_{\Re} = r\,\dot{\omega}\,\overrightarrow{u_\theta} + r\omega\frac{d\overrightarrow{u_\theta}}{dt} = \underbrace{r\,\dot{\omega}\,\overrightarrow{u_\theta}}_{=\,0 \text{ car rotation uniforme}} - r\omega^2\overrightarrow{u_r}.$$

On retiendra donc les résultats suivants :

$$\boxed{\overrightarrow{v_e}\left(M\right) = r\omega\overrightarrow{u_\theta} \text{ et } \overrightarrow{a_e}\left(M\right) = -r\omega^2\overrightarrow{u_r}}$$

Il s'agit des expressions bien connues de la vitesse et de l'accélération d'un mouvement circulaire à vitesse angulaire constante (mouvement uniforme).

1-6 Cinématique 3 : Cas général (hors programme)

Nous avons étudié deux mouvements particuliers du référentiel relatif $\Re'$ par rapport au référentiel absolu $\Re$: Mouvement de translation et Mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe.

Bien entendu le référentiel $\Re'$ peut avoir n'importe quel mouvement par rapport à $\Re$; mouvement que l'on peut décomposer comme la somme d'un mouvement de translation et d'un mouvement de rotation quelconque.

On obtient alors les résultats suivants qui ne sont pas au programme de PTSI :

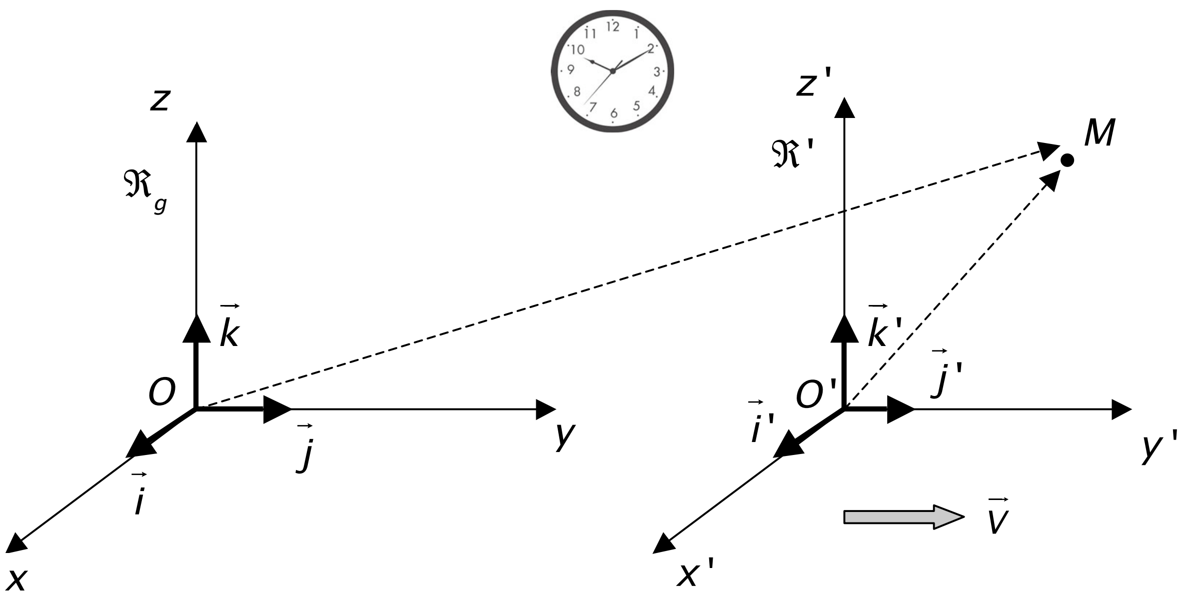
$$\underbrace{\vec{v}(M)_{\Re}}_{\vec{v}_a(M)} = \underbrace{\vec{v}(M)_{\Re'}}_{\vec{v}_r(M)} + \underbrace{\vec{v}(O')_{\Re} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M}}_{\vec{v}_e(M)}$$

$$\underbrace{\vec{a}(M)_{\Re}}_{\vec{a}_a(M)} = \underbrace{\vec{a}(M)_{\Re'}}_{\vec{a}_r(M)} + \underbrace{2\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)_{\Re'}}_{2\vec{\omega}\wedge\vec{v}_r(M)} + \underbrace{\vec{a}(O')_{\Re} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O'M} + \vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M}\right)}_{\vec{a}_e(M)}$$

Vous pouvez vérifier que ces relations générales redonnent les relations obtenues dans les cas particuliers étudier précédemment.

II – Changement de référentiel : aspect dynamique

2.1 Transformation de Galilée



On considère que le référentiel absolu (fixe) est un référentiel galiléen noté $\Re_g$. Il s'agit donc d'un référentiel dans lequel le principe fondamental de la dynamique est valable. Le référentiel relatif (en mouvement), $\Re'$, a un mouvement de translation uniforme à vitesse $\vec{V}$ selon l'axe commun $y = y'$.

Nous cherchons à trouver le lien entre les coordonnées d'espace du point M dans $\Re_g$ et dans $\Re'$. En mécanique classique, le **temps est absolu** donc $\boxed{t = t'}$.

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M} = \vec{V}\,t + \overrightarrow{O'M}$. En projetant sur les trois axes, on obtient :

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= y - V\,t \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}}$$

Il s'agit des **transformations de Galilée**. Elles ne sont valables que si $\left\|\vec{V}\right\| \ll c$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide (domaine de validité de la mécanique classique). En dérivant une fois puis une autre fois les relations précédentes, on obtient :

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{v}_r(M) &= \vec{v}_a(M) - \vec{V} \\ \vec{a}_r(M) &= \vec{a}_a(M) \end{aligned}}$$

On a déjà obtenu ces relations précédemment. Nous allons voir les conséquences de ces relations sur les lois de la dynamique dans la suite.

Note (hors programme)

Dans le cas plus général où $\left\|\vec{V}\right\| \approx c$, les transformations de Galilée doivent être remplacées par les **transformations de Lorentz** qui sont incorporées dans la théorie de la relativité restreinte formulée essentiellement par Albert Einstein :

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= \gamma\left(y - \beta\,c\,t\right) \\ z' &= z \\ c\,t' &= \gamma\left(c\,t - \beta\,y\right) \end{aligned}$$

avec $\beta = \dfrac{V}{c} \leq 1$ et $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \geq 1$. Ces relations sont plus complexes que celles de Galilée mais elles sont beaucoup plus riches physiquement et conceptuellement. On notera que le temps n'est plus absolu.

2.2 Principe de relativité galiléenne

On considère toujours les deux référentiels du paragraphe précédent. Soit $\vec{F} = \sum \vec{f}$ la somme des forces qui agissent sur le point M de masse m. Dans le référentiel galiléen $\Re_g$, la première loi de Newton s'applique par définition : $m\vec{a}(M)_{\Re} = \vec{F}$. Cette relation est-elle encore valable dans le référentiel $\Re'$ précédent ?

Avant d'aller plus loin, il faut savoir comment se transforment les forces quand on change de référentiel. La mécanique répond de façon très simple à cette problématique :

Dans la mécanique classique, on postule **l'invariance** des forces d'interaction dans un changement de référentiel quelconque.

Il s'agit d'un postulat qui ne peut être fondé que sur des vérifications expérimentales et sur la validité des conséquences physiques qu'il entraîne.

Dans $\Re'$, on a alors $m\vec{a}(M)_{\Re'} = \vec{F}' = \vec{F}$ car $\vec{F}' = \vec{F}$ d'après le postulat précédent. De plus on a vu que $\vec{a}(M)_{\Re} = \vec{a}(M)_{\Re'}$ ce qui donne $m\vec{a}(M)_{\Re'} = \vec{F}$. Ce résultat implique que le référentiel $\Re'$ est aussi galiléen car le principe fondamental de la dynamique peut y être appliqué et que le principe fondamental de la dynamique a la même formulation dans les deux référentiels. De façon plus générale, cela entraîne que les lois de la mécanique ont même formulation dans les deux référentiels. Pour résumer, on peut noter :

Tout référentiel $\Re'$ animé par rapport à un référentiel galiléen $\Re_g$ d'un mouvement de translation uniforme est lui-même galiléen.
Les lois de la mécanique ont la même formulation dans tous les référentiels galiléens ; il s'agit du principe de relativité galiléenne.

Ce dernier énoncé qui, dans le cadre de ce chapitre a été déduit des postulats de la dynamique, a été pressenti par Galilée. On peut encore lui donner la forme pratique suivante :

Le mouvement de translation rectiligne et uniforme d'un référentiel galiléen $\Re_g'$ par rapport à un autre référentiel galiléen $\Re_g$ ne peut pas être mis en évidence par une expérience de mécanique effectuée dans $\Re_g'$.

On peut s'assurer, au moins qualitativement, de la validité de cet énoncé en voyageant fenêtres fermées dans un compartiment de train. Si la vitesse est constante, et la voie rectiligne, rien dans le comportement des objets qui nous entourent ne permet de savoir si le train est en mouvement ou en repos.

Le principe de relativité de Galilée a une très grande importance théorique. La théorie de la relativité proposée par Einstein en 1905 repose sur une extension à toute la physique du principe que Galilée avait formulée dans le cadre restreint de la mécanique.

2.3 Changement de référentiel non galiéen. Forces d'inerties

a) Principe fondamental de la dynamique dans un référentiel non galiléen

Soit une particule M de masse m, soumise à la force $\vec{F}$, la relation fondamentale de la dynamique dans un référentiel galiléen $\mathfrak{R}_g$ (référentiel dit absolu) s'écrit :

$$m\overrightarrow{a_a}(M) = \vec{F}.$$

Soit maintenant un référentiel $\mathfrak{R}'$ (référentiel dit relatif) en mouvement quelconque par rapport à $\mathfrak{R}_g$. Dans $\mathfrak{R}'$, l'accélération relative de la particule $\overrightarrow{a_r}(M)$ est telle que :

$$\overrightarrow{a_a}(M) = \overrightarrow{a_r}(M) + \overrightarrow{a_e}(M) + \overrightarrow{a_c}(M).$$

On peut donc écrire dans $\mathfrak{R}'$:

$$\boxed{m\overrightarrow{a_r}(M) = \vec{F} - m\overrightarrow{a_e}(M) - m\overrightarrow{a_c}(M)}$$

Puisque la dynamique de Newton postule l'invariance de la force dans un changement de référentiel quelconque, dans l'équation ci-dessus, $\vec{F}$ représente aussi la force s'exerçant sur la particule dans $\mathfrak{R}'$. Ainsi si $\mathfrak{R}'$ n'est pas galiléen, la relation encadrée ne garde pas une forme simple. On exprime cela en disant **que la relation fondamentale de la dynamique n'est pas invariante dans un changement de référentiel non galiléen**. Evidemment si $\mathfrak{R}'$ est galiléen, alors $\overrightarrow{a_e}(M) = \overrightarrow{a_c}(M) = \vec{0}$.

b) Forces d'inertie

La relation encadrée précédente montre qu'un observateur lié à $\mathfrak{R}'$ doit ajouter à $\vec{F}$ deux termes pour décrire le mouvement de la particule :

$$\boxed{\begin{array}{l} \overrightarrow{F_{ie}} = -m\overrightarrow{a_e}(M) = \text{ force d'inertie d'entrainement} \\ \overrightarrow{F_{ic}} = -m\overrightarrow{a_c}(M) = \text{ force d'inertie de Coriolis} \end{array}}$$

Ces termes, homogènes à des forces, sont appelés **forces d'inertie** du fait de leur proportionnalité à la masse inerte m. D'une autre manière, on peut dire que la relation fondamentale de la dynamique sous sa forme galiléenne ($m\overrightarrow{a_a}(M) = \vec{F}$) restera valable dans un référentiel non galiléen à condition d'inclure dans les forces appliquées également les forces d'inerties.

La question de l'interprétation physique des forces d'inertie est délicate. En effet, d'une part, les forces d'inertie ont des effets réels, d'autre part, elles se différencient des autres forces (force de gravitation, force électrostatique). Il est aujourd'hui admis que le modèle de la mécanique classique ne peut donner une interprétation satisfaisante des forces d'inerties. Seul le modèle de la relativité générale construit par Einstein (1916) peut le faire mais cela dépasse largement le cadre de notre programme.

Pour que la force d'inertie de Coriolis, $\overrightarrow{F_{ic}} = -m\overrightarrow{a_c}(M) = -m2\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{v_r}(M)$, soit présente, deux conditions doivent être satisfaites :

⇒ Il faut d'une part que le référentiel relatif en mouvement ait **un mouvement de rotation** par rapport au référentiel absolu fixe, dans ce cas $\vec{\omega} \neq \vec{0}$.

⇒ Si la condition précédente est satisfaite, il faut encore que la particule **ait une vitesse non nulle dans le référentiel relatif**, c'est-à-dire $\overrightarrow{v_r}(M) \neq \vec{0}$. Si la particule est au repos dans le référentiel relatif, $\overrightarrow{F_{ic}} = \vec{0}$.

2.4 Exemples d'utilisation des forces d'inertie

a) Mouvements de translation

Afin de familiariser le lecteur avec le concept de force d'inertie, nous en donnons ci-dessous quelques exemples simples d'utilisation.

1) *Mouvements de translation.*

• Soit un observateur placé dans une cage d'ascenseur et sans communication avec l'extérieur. En particulier, il ignore le mouvement de la cage par rapport au référentiel terrestre R. Nous assimilerons, pour simplifier, le référentiel R à un référentiel galiléen et supposerons le champ de pesanteur $\boldsymbol{g}$ (*) uniforme.

Si la cage est animée d'un mouvement de translation rectiligne vertical d'accélération $\boldsymbol{a}_{(T)}$ *constante* relativement à R, la force d'inertie qui s'exerce sur une particule de masse m dans le référentiel C lié à la cage, se réduit à la force d'inertie d'entraînement : $-m\boldsymbol{a}_{(T)} = -m\boldsymbol{a}_e$, la force de Coriolis étant nulle puisque le mouvement de la cage est translationnel. Pour la particule de masse m, l'équation de la Dynamique dans le référentiel C s'écrit :

$$m\boldsymbol{a}_{(C)} = \boldsymbol{f} + m(\boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}_e)$$

où $\boldsymbol{a}_{(C)}$ est l'accélération de la particule dans C et où $\boldsymbol{f}$ représente les forces appliquées, autres que le poids, à la particule. En particulier, si la particule est au repos dans C :

$$\boldsymbol{f} + m(\boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}_e) = 0$$

On voit que tout se passe pour l'observateur lié à C comme si le champ de pesanteur $\boldsymbol{g}$ était modifié et remplacé par $\boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}_e$. En particulier, si l'ascenseur est en chute libre : $\boldsymbol{a}_e = \boldsymbol{g}$; dans ce cas, la force de pesanteur est exactement compensée par la force d'inertie d'entraînement : on dit que l'on observe dans C un état *d'impesanteur* (ou apesanteur).

Supposons que la particule soit accrochée à l'extrémité d'un ressort (fig. 7.1) et immobile dans C. La force $\boldsymbol{f}$ est dans ce cas la tension T du ressort, et :

$$\mathbf{T} = -m(\boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}_e)$$

soit :

$$T = |\mathbf{T}| = m\,|\boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}_e|$$

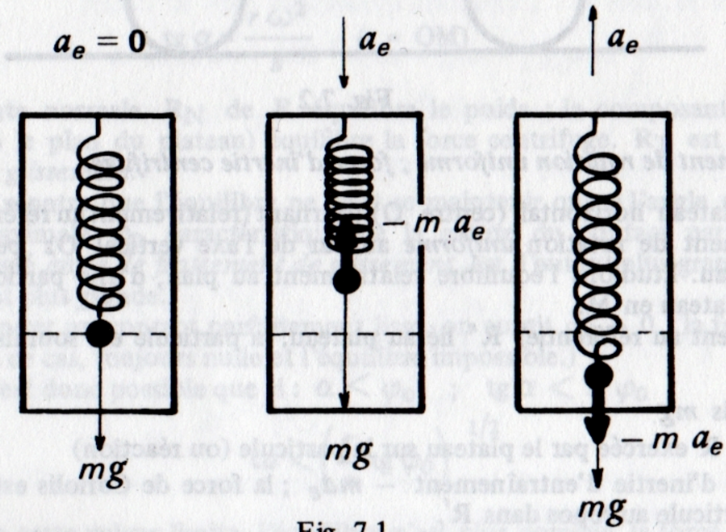


Fig. 7.1

Si $\boldsymbol{a}_e$ est dirigée vers le bas, c'est-à-dire de même sens que $\boldsymbol{g}$, la tension T du ressort et donc l'allongement sont diminués. Tout se passe comme s'il y avait une diminution du champ de pesanteur pour l'observateur C.

Si $\boldsymbol{a}_e = \boldsymbol{g}$, l'allongement du ressort est nul.

Si $\boldsymbol{a}_e$ est dirigée vers le haut, la tension T et donc l'allongement sont augmentés. Enfin si $\boldsymbol{a}_e = 0$ (mouvement rectiligne uniforme de la cage), l'allongement observé est dû uniquement au poids $m\boldsymbol{g}$.

Rien ne permet à l'observateur lié à la cage et qui ignore le mouvement de celle-ci par rapport à la Terre, de distinguer les effets de pesanteur (donc de gravitation) des effets d'inertie. *La force d'inertie se manifeste par des effets réels* : comme une force de gravitation, elle est proportionnelle à la masse m (en fait, la masse inerte, mais celle-ci est confondue avec la masse gravitationnelle comme il a été dit). *Il ne faut donc pas dire que les forces d'inertie sont fictives.*

• Considérons maintenant un train animé d'un mouvement de translation rectiligne d'accélération a_e relativement au référentiel terrestre R assimilé à un référentiel galiléen. Comme précédemment, pour un observateur lié au train, les forces d'inertie se réduisent à la force d'inertie d'entraînement $-m a_e$. Une particule suspendue à un fil attaché au plafond d'un wagon est soumise dans le référentiel du wagon à son poids mg, à la tension T du fil et à la force d'inertie d'entraînement $-m a_e$. Si la particule est au repos par rapport au wagon :

$$\mathbf{T} + m\mathbf{g} - m\mathbf{a}_e = 0$$

La tension du fil équilibre la résultante du poids et de la force d'inertie. Le fil du pendule est dévié dans le sens opposé à a_e d'un angle α tel que :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_e}{g}.$$

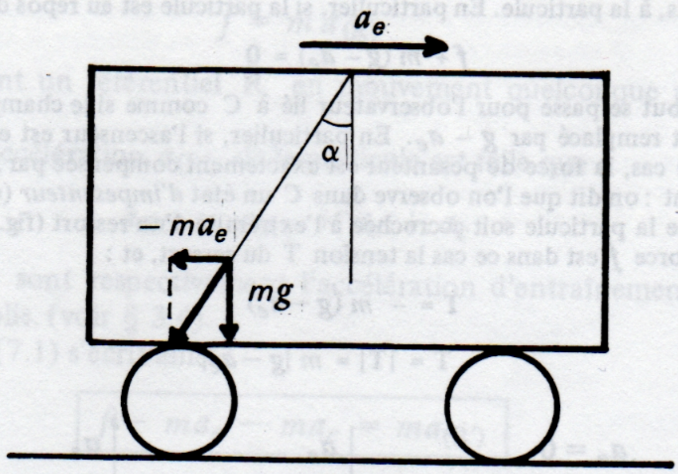


Fig. 7.2

2) *Mouvement de rotation uniforme ; force d'inertie centrifuge.*

Soit un plateau horizontal (centre O) tournant (relativement au référentiel terrestre R d'un mouvement de rotation *uniforme* autour de l'axe vertical Oz perpendiculaire au plan du plateau. Étudions l'équilibre relativement au plan, d'une particule de masse m posée sur le plateau en M.

Relativement au référentiel R′ lié au plateau, la particule est soumise aux forces suivantes :

– son poids mg

– la force R exercée par le plateau sur la particule (ou réaction)

– la force d'inertie d'entraînement $-m a_e$; la force de Coriolis est nulle puisqu'on suppose la particule au repos dans R′.

Si $\boldsymbol{\omega}$ désigne le vecteur instantané de rotation du plateau relativement au référentiel terrestre, on a au point M où se trouve la particule :

$$\mathbf{a}_e = \boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{OM})$$

puisque O est fixe par rapport à R ($\mathbf{a}(\mathrm{O})_{(\mathrm{R})} = 0$) et que $d\boldsymbol{\omega}/dt = \mathbf{0}$ (rotation uniforme).

D'où la force d'inertie d'entraînement :

$$\mathbf{f}_e = -m\boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{OM})$$

soit (avec $\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{OM} = 0$) : $\mathbf{f}_e = m\,\omega^2\,\mathbf{OM}$ (7.4)

(ω : mesure algébrique de $\boldsymbol{\omega}$ sur Oz.)

Cette force d'inertie f_e est appelée *force d'inertie centrifuge* ; elle est dirigée radialement perpendiculairement à l'axe de rotation vers l'extérieur du plateau (fig. 7.3).

Remarque : On retrouve directement (7.4) en notant que l'accélération centripète d'un point M animé d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω est $-\omega^2$ **OM** (O : centre de la circonférence).

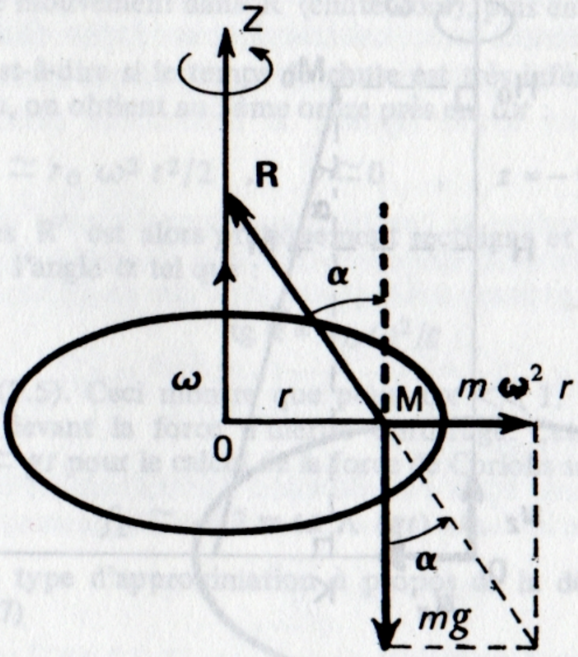


Fig. 7.3

L'équilibre de la particule s'écrit :

$$\mathbf{R} + m\mathbf{g} + m\,\omega^2\,\mathbf{OM} = 0.$$

La résultante du poids et de la force d'inertie centrifuge équilibre la réaction **R** du plateau sur la particule. Cette réaction est donc dirigée du côté de l'axe de rotation et fait avec la verticale l'angle α tel que :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r\,\omega^2}{g} \qquad (r = \mathrm{OM}) \tag{7.5}$$

La composante normale $\mathbf{R_N}$ de **R** équilibre le poids ; la composante tangentielle $\mathbf{R_T}$ de **R** (dans le plan du plateau) équilibre la force centrifuge. $\mathbf{R_T}$ est appelée *force de frottement de glissement*.

L'expérience montre que l'équilibre ne peut se maintenir que si l'angle α est inférieur à une valeur maximale φ_0 caractéristique de la nature du contact particule-plateau. L'angle φ_0, appelé *angle de frottement de glissement*, est d'autant plus grand que la rugosité du plateau est plus grande.

(A la limite, pour un contact parfaitement lisse, on aurait $\varphi_0 = 0$; la force de frottement serait, dans ce cas, toujours nulle et l'équilibre impossible.)

L'équilibre n'est donc possible que si : $\alpha < \varphi_0$; $\operatorname{tg}\alpha < \operatorname{tg}\varphi_0$

soit :
$$\omega < \left(\frac{g}{r}\operatorname{tg}\varphi_0\right)^{1/2}$$

Si ω dépasse cette valeur limite, l'équilibre n'est plus possible, la force de frottement $\mathbf{R_T}$ ne pouvant plus équilibrer la force centrifuge. La particule est rejetée vers l'extérieur du plateau.

III – A la recherche d'un référentiel galiléen

3.1 Le référentiel terrestre (celui du laboratoire)

a) Description

La position d'un point P à la surface de la Terre est repéré par l'intersection de deux cercles : le **méridien** (cercle de centre *O* et passant par les pôles) et le **parallèle** (cf figure ci-contre).

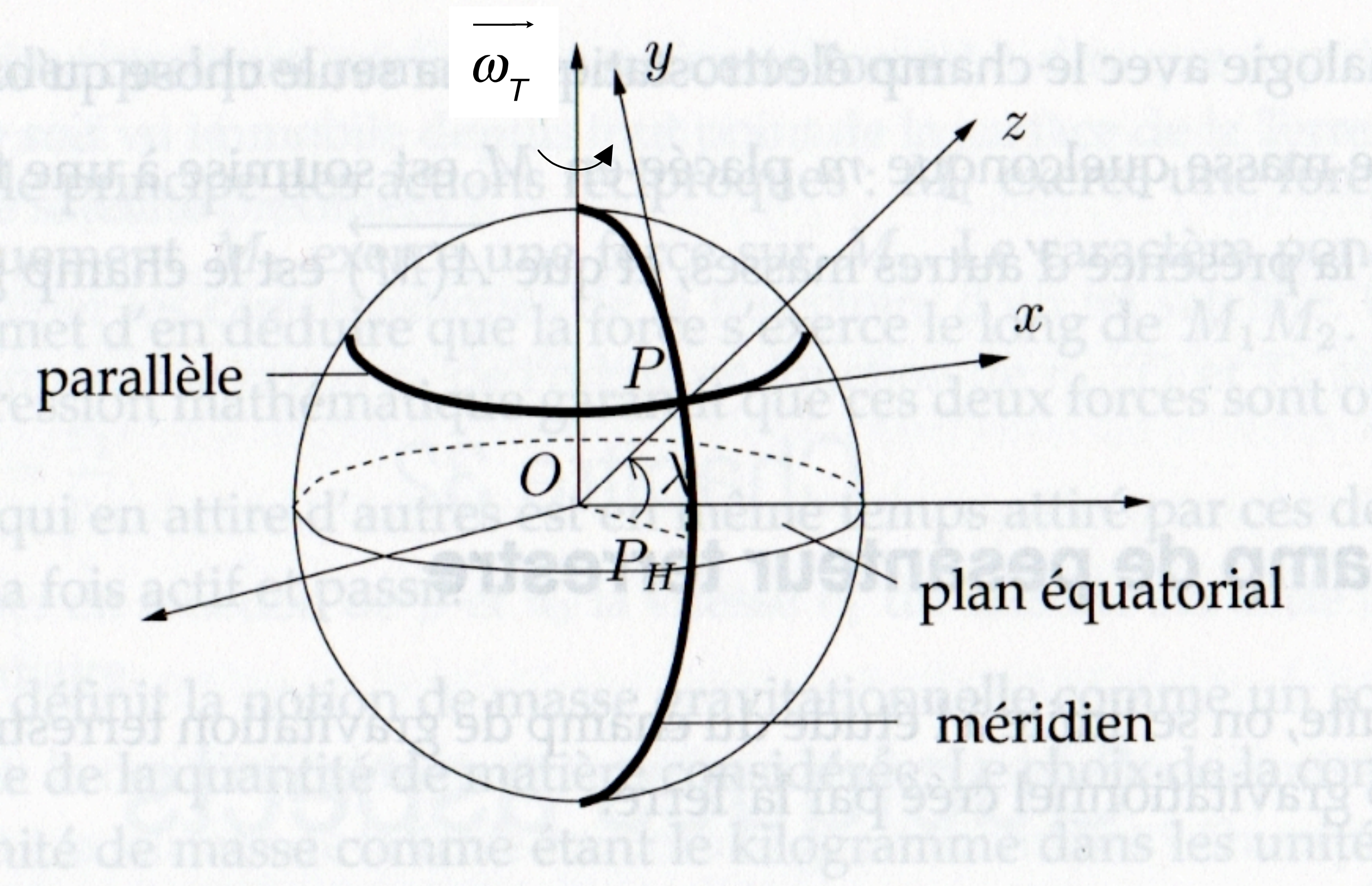
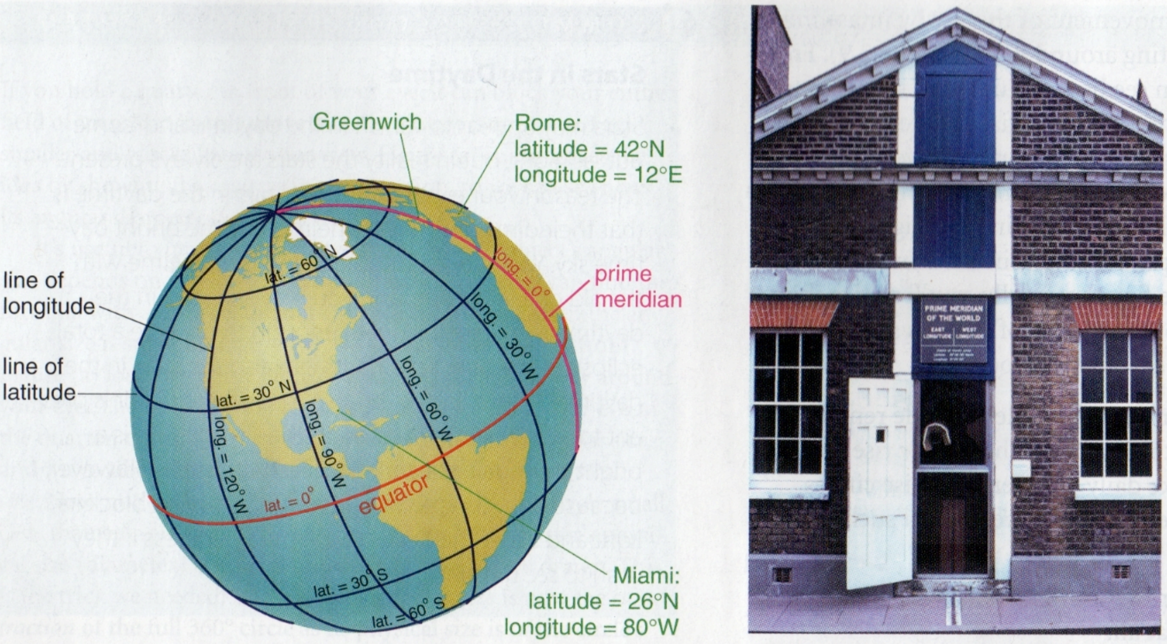


Figure 32.1 Référentiel terrestre : base locale.

La position du méridien est définie par la **longitude**. La longitude 0° est définie de façon arbitraire par le méridien qui passe par le village de Greenwich en Angleterre (cf figure ci-dessous).

La position d'un parallèle est définie par la **latitude** λ.



a Latitude measures angular distance north or south of the equator. Longitude measures angular distance east or west of the prime meridian, which passes through Greenwich, England.

b The entrance to the Old Royal Greenwich Observatory, near London. The line emerging from the door marks the prime meridian.

Figure 2.11 We can locate any place on Earth's surface by its latitude and longitude.

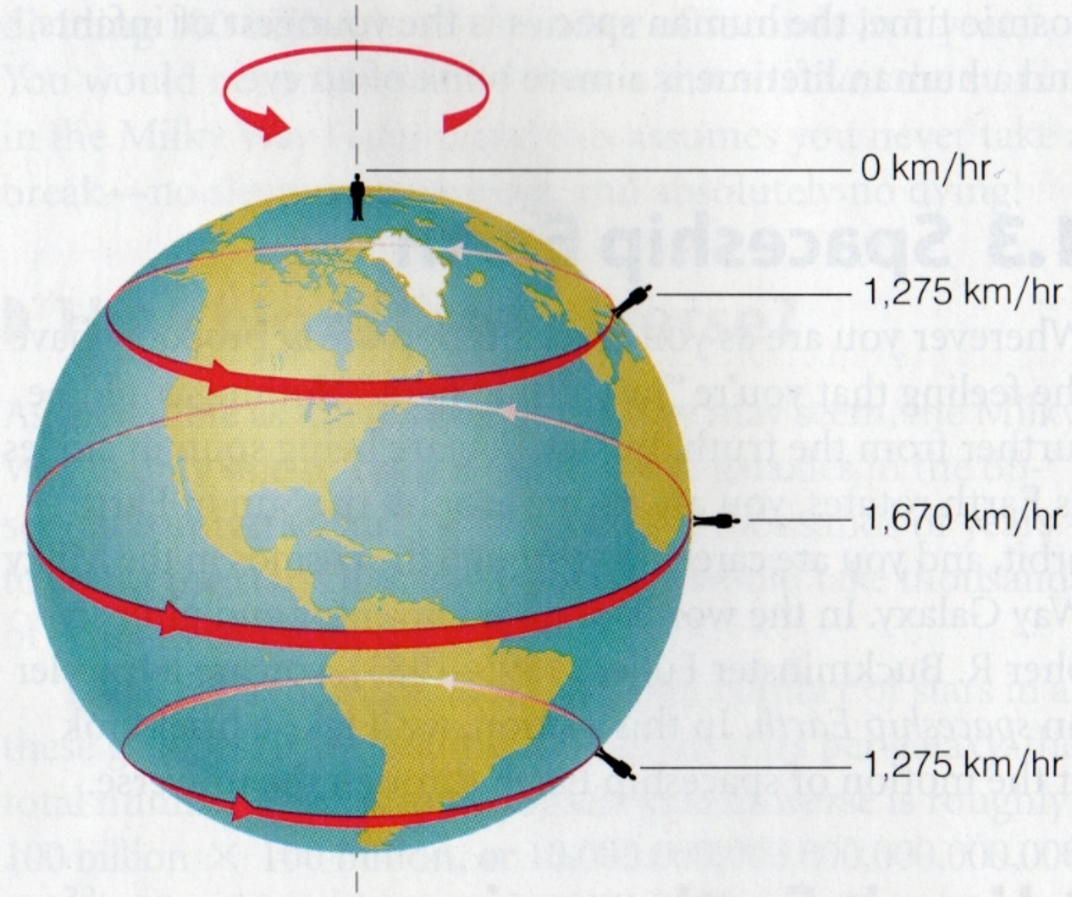


Figure 1.12 As Earth rotates, your speed around Earth's axis depends on your location: The closer you are to the equator, the faster you are traveling with rotation. Notice that Earth rotates from west to east—which is why the Sun appears to rise in the east and set in the west.

On peut attacher au point P un repère d'espace. L'axe Pz est choisi selon la verticale locale au point P, l'axe Px le long du parallèle passant par P, dirigé vers l'est et l'axe Py le long du méridien passant par P, dirigé vers le Nord géographique. Si l'on ajoute à ce repère d'espace un repère de temps (une horloge), on a défini le repère terrestre $\Re_T$.

b) Le référentiel terrestre est-il galiléen ?

En toute rigueur, la réponse est NON. En effet, la terre a un mouvement de rotation sur elle-même à la vitesse angulaire $\omega_T = \dfrac{2\pi}{T_{sid}} = \dfrac{2\pi}{86164} = 7{,}3\times10^{-5}$ rad.s^{-1}. T_{sid} est la période sidérale qui est proche de 24 heures mais légèrement différente à cause du mouvement de la terre autour du soleil. Nous allons voir à présent les conséquences de cette rotation sur une particule de masse m.

c) Bilan des forces dans le référentiel terrestre

On considère une particule M de masse m dans le référentiel terrestre $\Re_T$. Elle est soumise :

1 – **A la force de gravitation de la terre** $m\overrightarrow{A_T}$. On néglige les forces de gravitation des autres

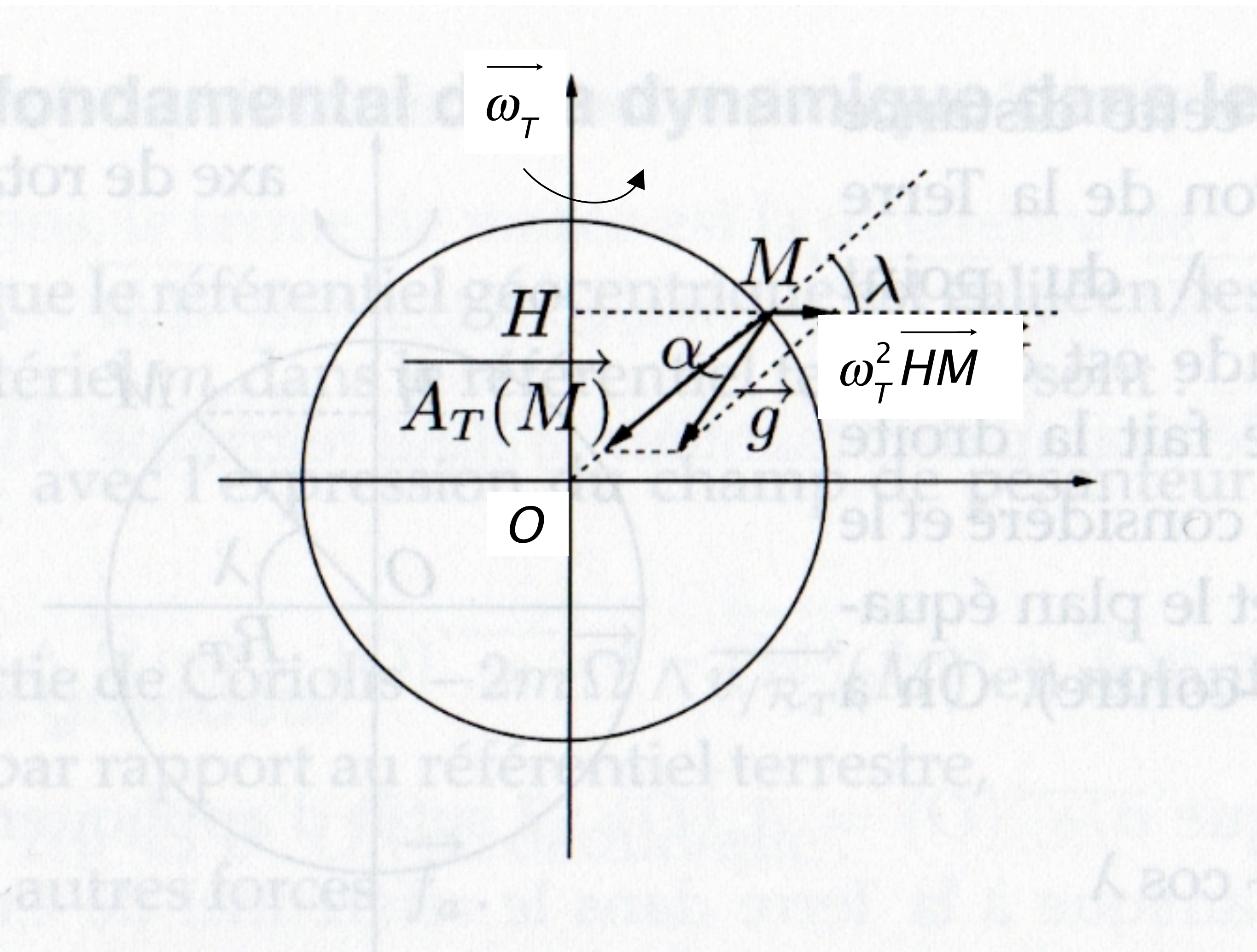


Figure 32.2 Orientation du champ de pesanteur.

astres ainsi que les autres forces susceptibles d'agir sur la particule (force magnétique, forces On On néglige les forces de gravitation des autres astres ainsi que les autres forces susceptibles d'agir sur la particule (force magnétique, forces électriques etc...).

Si M est à la surface de la terre, $\overrightarrow{A_T}$ est dirigé du point M vers le centre O de la terre (cf figure ci-contre) et son module vaut (pour une terre parfaitement sphérique) $A_T(M) = \dfrac{G\,M_T}{R_T^2} = \dfrac{\left(6{,}67\times10^{-11}\right)\times\left(6\times10^{24}\right)}{\left(6{,}4\times10^{6}\right)^2} = 9{,}77\ \text{m.s}^{-2}$. Ce terme est homogène à une accélération.

Nous verrons qu'il s'agit du terme prépondérant.

2 – **<u>A la</u> <u>force d'inertie d'entraînement ou force centrifuge</u>** $\overrightarrow{F_{ie}} = -m\overrightarrow{a_e}(M) = m\omega_T^2\overrightarrow{HM}$. Dans cette situation, le référentiel relatif est le référentiel terrestre et le référentiel absolu le référentiel géocentrique qui est décrit en détail par la suite.

Si on se place à la latitude de 45°, $a_e(M) = \omega_T^2\,HM = \omega_T^2\,R_T\cos\lambda = 0{,}034\ \text{m.s}^{-2}$. Cette accélération d'entraînement varie donc de 0 à $0{,}034\ \text{m.s}^{-2}$ suivant la latitude. Elle est donc négligeable par rapport à la gravitation terrestre $A_T(M) = 9{,}77\ \text{m.s}^{-2}$. C'est pour cela que le référentiel terrestre peut être souvent considéré dans un premier temps comme un référentiel galiléen.

Cependant, la force d'inertie a pour effet que le poids $\vec{P}$ de la particule M est défini en toute rigueur par $\vec{P}(M) = m\vec{g} = m\left(\overrightarrow{A_T} - \overrightarrow{a_e}\right)$ et n'est pas parfaitement dirigé vers le centre O de la terre. Il y a une légère inclinaison α, comme cela est indiqué sur le schéma ci-dessus. Vous pouvez calculer qu'à la latitude de 45°, $\alpha = 1{,}74\times10^{-3}\ \text{rad} = 5'58''$.

3 – **<u>A la Force d'inertie de Coriolis</u>** $\overrightarrow{F_{ic}} = -m\overrightarrow{a_c}(M) = -2m\overrightarrow{\omega_T}\wedge\overrightarrow{v_r}(M)$ où $\overrightarrow{v_r}(M)$ est la vitesse de la particule dans le référentiel (relatif) terrestre. Si $\overrightarrow{v_r}(M) = \vec{0}$, c'est-à-dire si M est au repos dans $\Re_T$, cette force est nulle et n'a donc pas d'effets.

Considérons le cas simple où M est en chute libre suivant la verticale (définie en toute rigueur par la direction de $\vec{g} = \overrightarrow{A_T} - \overrightarrow{a_e}$). Le vecteur $-2m\,\overrightarrow{\omega_T}\wedge\overrightarrow{v_r}(M)$ est dirigé suivant $-\overrightarrow{\omega_T}\wedge\vec{g} \approx -\overrightarrow{\omega_T}\wedge\overrightarrow{OM}$, c'est-à-dire suivant Px (cf figure du référentiel terrestre et utilisation de la règle de la main droite) qui est dirigé vers l'Est (la terre tourne d'Ouest en Est). Il s'agit du **phénomène de déviation vers l'est**. Ce phénomène est faible. Pour une hauteur de chute libre de 150 m, la déviation vers l'Est est de 3 cm. Cette expérience a été réalisée par Reich en 1833 dans un puits de mine pour éviter les perturbations comme le vent.

3.2 Le référentiel géocentrique

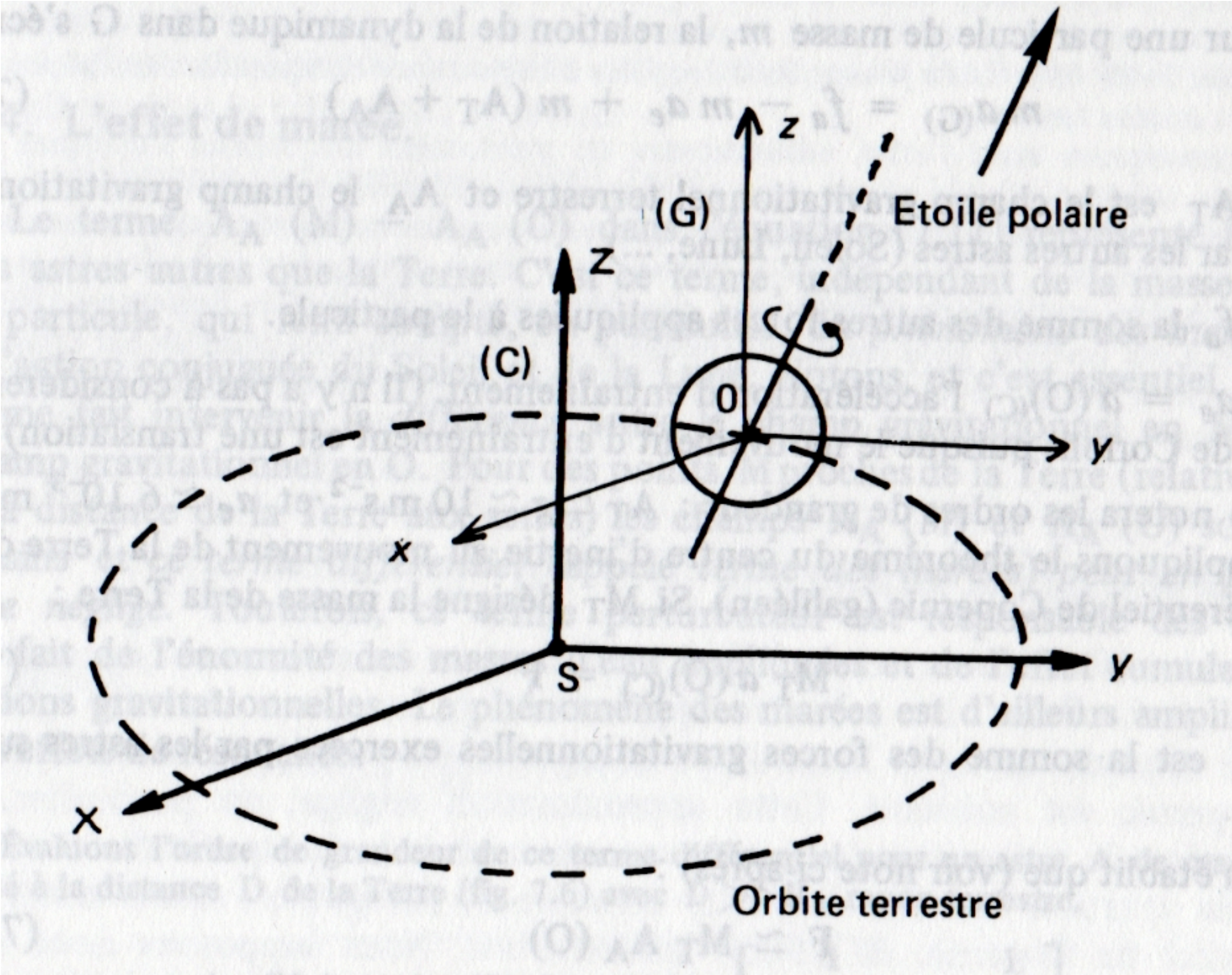


Fig. 7.5 - Référentiel géocentrique

Nous venons de voir que le référentiel terrestre n'est pas en toute rigueur galiléen à cause de la rotation de la terre sur elle-même. Il faut donc chercher un meilleur candidat pour le rôle de référentiel galiléen.

Un tel candidat peut-être le référentiel **géocentrique**. Ce dernier a pour origine le centre de la terre O, et trois axes orthogonaux qui pointent vers des étoiles lointaines pour que leur direction soit considérée comme fixe.

Ce référentiel n'est pas absolument galiléen car la Terre tourne autour du soleil. Le référentiel géocentrique possède donc une accélération d'entraînement par rapport au référentiel héliocentrique (ou de Képler) que l'on précisera par la suite. On a $a_e\left(\text{terre}\right) = \omega^2\, ST$ avec $\omega = \dfrac{2\pi}{1 \text{ an}} = \dfrac{2\pi}{\pi \times 10^7 \text{ s}}$ la vitesse de rotation angulaire de la terre autour du soleil et $ST = 1{,}5 \times 10^{11}$ m la distance moyenne soleil-terre (la trajectoire étant légèrement elliptique). Cela donne $a_e\left(\text{terre}\right) = 6 \times 10^{-3}$ m.s^{-2}. Cette accélération est inférieure à l'accélération d'entraînement due à la rotation de la terre sur elle-même $\left(3,4\times10^{-2}\ \text{m.s}^{-2}\right)$ et encore plus inférieure à l'accélération due à l'attraction gravitationnelle de la terre $\left(9,77\ \text{m.s}^{-2}\right)$.

3.3 Le référentiel héliocentrique (ou de Kepler) et le référentiel de Copernic

Nous venons de voir que le référentiel géocentrique n'est pas en toute rigueur galiléen à cause de la rotation de la terre autour du soleil. Il faut, encore une fois, chercher un meilleur candidat pour le rôle de référentiel galiléen.

Un tel candidat peut-être le référentiel **héliocentrique (ou de Kepler)**. Ce dernier a pour origine le centre du soleil S, et trois axes orthogonaux qui pointent vers des étoiles lointaines pour que leur direction soit considérée comme fixe. Ces trois étoiles sont les mêmes que celles utilisées pour le référentiel géocentrique. En fait les axes du référentiel géocentrique et ceux du référentiel héliocentrique ont toujours la même direction (cf figure du référentiel géocentrique), le référentiel géocentrique a donc un **mouvement de translation de rotation** par rapport au référentiel héliocentrique.

On définit aussi le **référentiel de Copernic** qui, au lieu d'avoir pour origine le centre du soleil, a pour origine le centre de masse du système solaire. Ces deux référentiels sont très proches étant donné que presque toute la masse du système solaire a pour origine le soleil.

Ces référentiels sont-ils enfin les référentiels galiléens tant recherchés ? Eh bien non. En effet le système solaire est animé d'un mouvement de rotation par rapport au centre de notre galaxie (cf figure ci-contre), il possède donc une accélération d'entraînement.

3 4 Il n'existe pas de référentiel parfaitement galiléen dans l'univers

En effet, tout est mouvement par rapport à tout dans notre univers comme cela est illustré sur la figure ci-dessus. Toutes les galaxies de l'univers s'éloignent les unes des autres de façon accélérée à cause de l'expansion même de la structure de l'univers.

On ne peut donc définir des référentiels galiléens qu'à un certain degré d'exactitude, c'est une notion avant tout expérimentale. D'un point de vue théorique, la théorie de la relativité générale s'est affranchie de la notion de référentiel galiléen en décrivant les lois de la physique de façon locale. On peut donc dire qu'aucun point de l'univers n'est privilégié par rapport à un autre, il n'existe pas de référentiel absolu dans l'univers par rapport auquel on peut décrire tout mouvement.

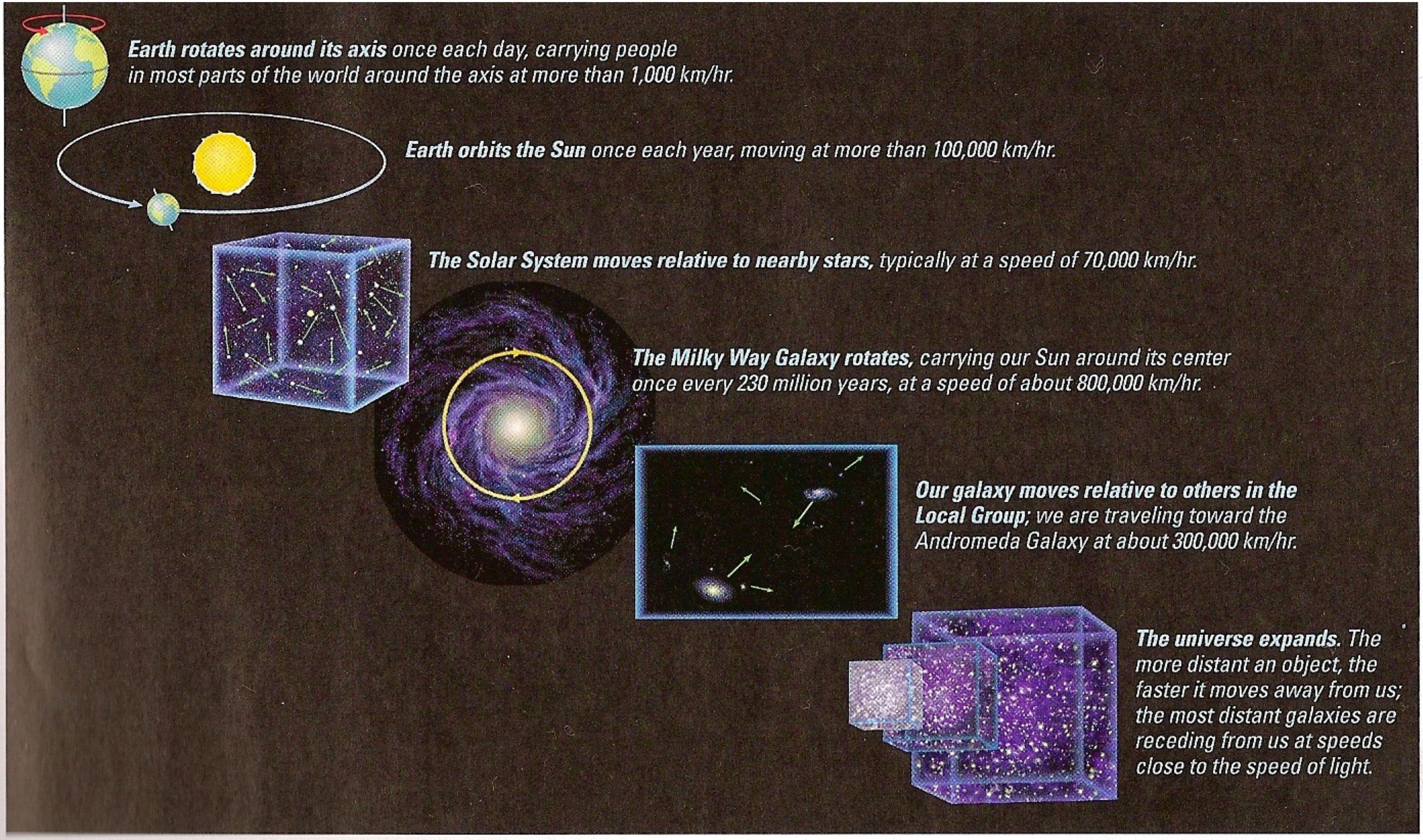


Figure 1.17 This figure summarizes the basic motions of Earth in the universe, along with their associated speeds.