

# LE CHAMP MAGNETOSTATIQUE\*



\* On appelle **champ magnétostatique** un **champ magnétique indépendant du temps** (programme de PTSI). Beaucoup de livres parlent simplement de champs magnétiques qui peuvent, ou pas, dépendre du temps.

# 1-Sources et effet d'un champ magnétostatique

## Source: les charges en mouvement

- ✓ Charge libre possédant une vitesse dans un référentiel donné.
- ✓ Courant électrique (écoulement de charges dans un conducteur).
- ✓ Aimant (courant à l'échelle atomique).



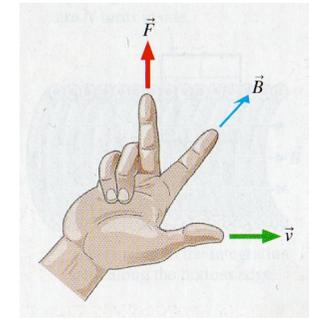
## Production:

**Champ magnétique  $\vec{B}$**   
(champ vectoriel)  
en tout point de l'espace.



## Effet:

- ✓ Une particule de charge  $q$ , animée d'une vitesse  $\vec{v}$ , dans un référentiel donné, va subir **la force de Lorentz**:  $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ .
- ✓ Un conducteur parcouru par un courant électrique va subir une force car chaque porteur de charge va subir la force de Lorentz.
- ✓ Un aimant va aussi subir une force car il possède des courants à l'échelle atomique

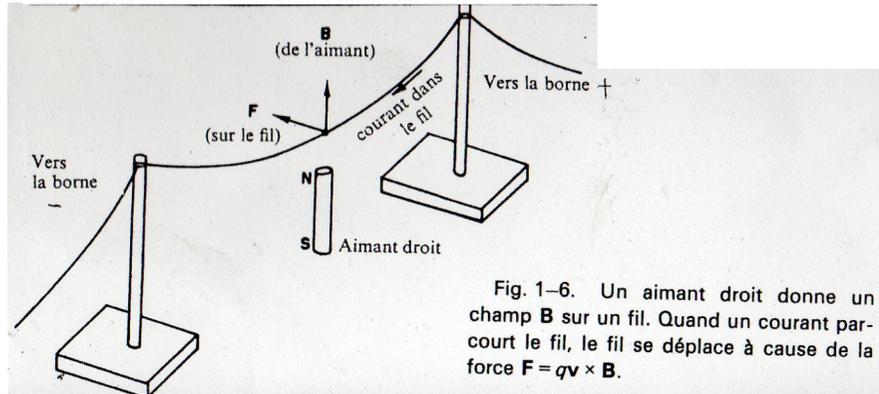


## Remarques:

- Nous reparlerons en détail de la force de Lorentz dans le prochain chapitre.
- Les seules sources du champ magnétique au programme de PTSI sont **les courants filiformes permanents**.

# 1-Sources et effet d'un champ magnétostatique

## Exemples

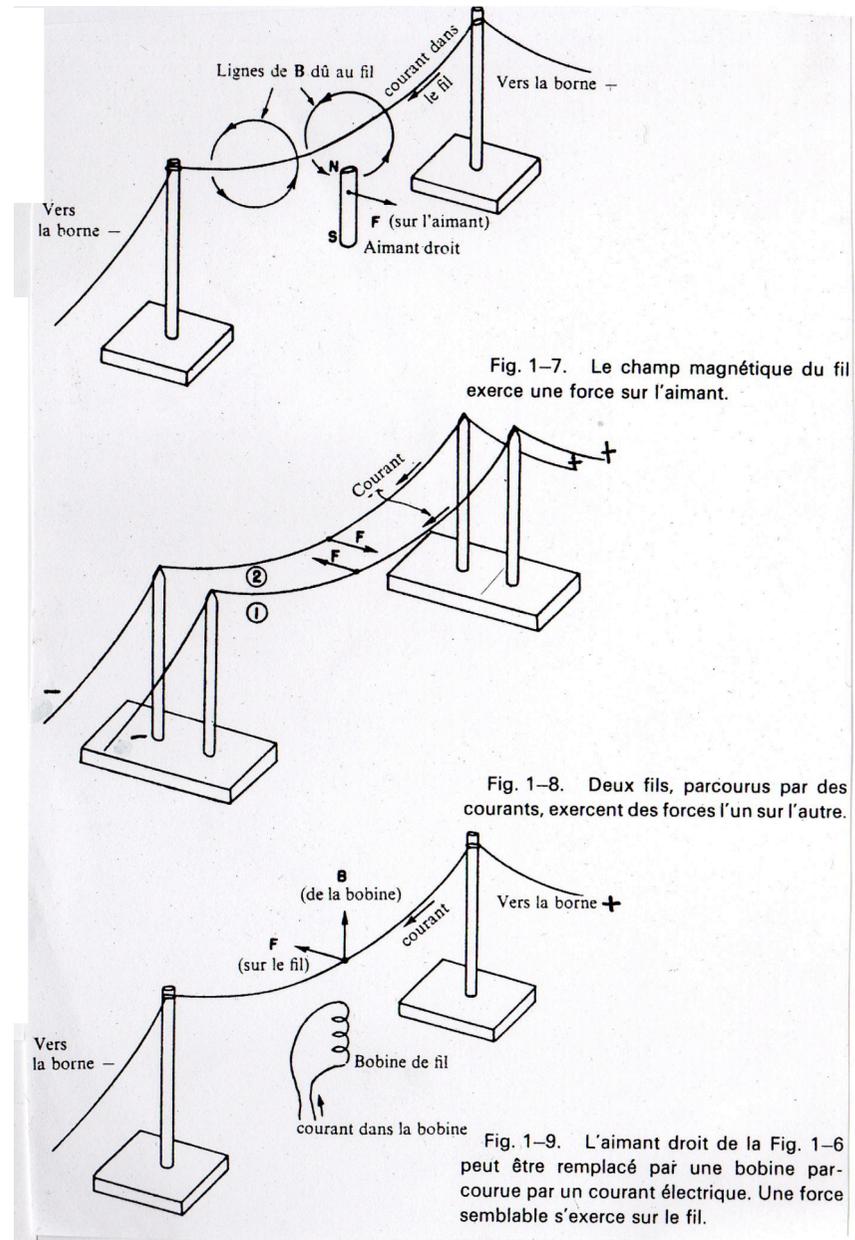


**TABLE 32-1** Typical Values of Some Magnetic Fields<sup>a</sup>

Location	Magnetic Field (T)
At the surface of a neutron star (calculated)	$10^8$
Near a superconducting magnet	5
Near a large electromagnet	1
Near a small bar magnet	$10^{-2}$
At the surface of the Earth	$10^{-4}$
In interstellar space	$10^{-10}$
In a magnetically shielded room	$10^{-14}$

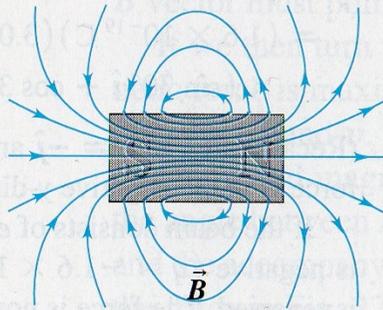
<sup>a</sup> Approximate values.

$$1 \text{ T} = 1 \text{ N.s.C}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} = 1 \text{ N.A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

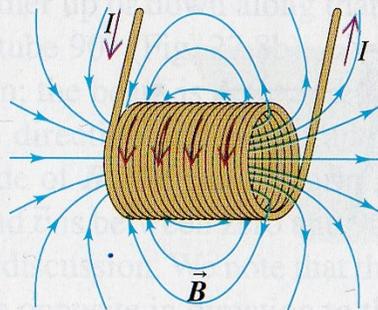


## 2-Les lignes de champ magnétostatique

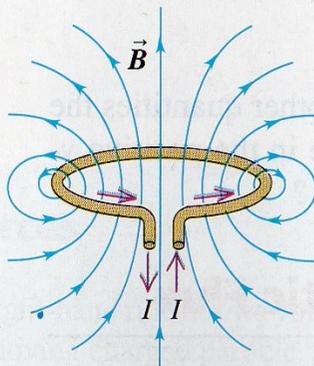
Il s'agit du même concept que dans le cas du champ électrostatique. Les lignes de champ magnétostatique sont **des lignes tangentes**, dans une région de l'espace, au vecteur champ magnétostatique et dirigées suivant ce vecteur.



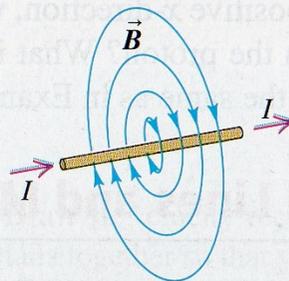
(a) Magnetic field lines through the center of a permanent magnet



(b) Magnetic field lines through the center of a cylindrical current-carrying coil



(d) Magnetic field lines in a plane containing the axis of a circular current-carrying loop

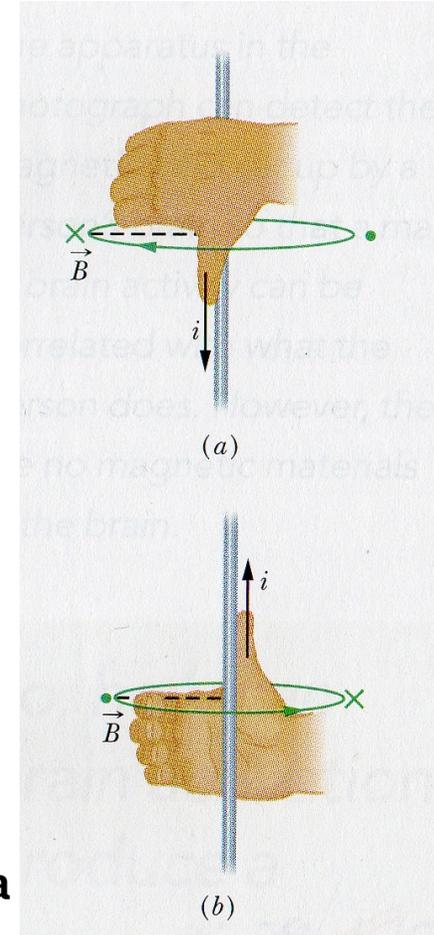


(e) Magnetic field lines in a plane perpendicular to a long, straight, current-carrying wire

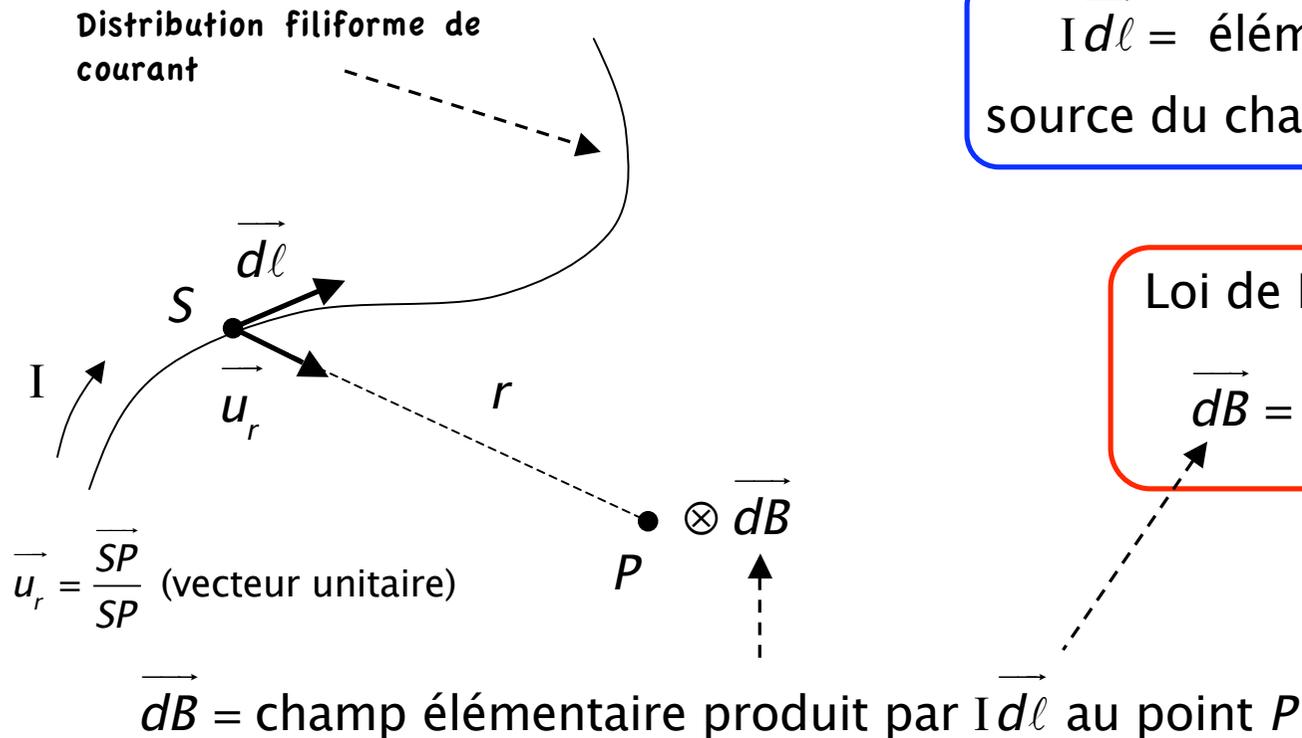
On constate que:

Les lignes de champ magnétostatique sont **fermées et tournent autour des distributions de courant en suivant la règle de la main droite.**

Il s'agit d'un comportement très différent des lignes de champ électrostatique qui divergent des charges plus et convergent vers les charges moins (**il n'y a pas de charges magnétiques**).



### 3-Champ magnétostatique produit par une distribution filiforme de courant permanent : Loi de Biot et Savart



$\vec{I} d\ell$  = élément de courant,  
source du champ élémentaire  $\vec{dB}$

Loi de Biot et Savart:

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{I} d\ell \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

$\mu_0$  = perméabilité du vide =  $4\pi \times 10^{-7}$  H.m<sup>-1</sup> (exactement) (H=Henry)  
 $\vec{B}$  s'exprime en Tesla (T) (1T représente un champ important)

Félix Savart (1791-1841), médecin chirurgien et physicien français.  
 Jean-Baptiste Biot (1774-1862, physicien, astronome et mathématicien français.



Jean-Baptiste Biot

### 3-Champ magnétostatique produit par une distribution filiforme de courant permanent : Loi de Biot et Savart

Pour avoir le champ magnétique créé total au point  $P$ , il faut sommer (intégrer) sur l'ensemble de la distribution. En effet, le champ magnétostatique vérifie aussi **le principe de superposition**.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{distribution de courant}} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

Nous verrons comment utiliser cette relation pour calculer le champ créé par des distributions de courant quand nous aurons étudié les symétries de ces distributions et celles du champ magnétostatique.

Analogie entre l'expression du champ électrostatique (loi de Coulomb) et l'expression du champ magnétostatique (loi de Biot et Savart)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{distribution de courant}} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \iiint_{\text{distribution de charges}} \frac{dq \vec{u}_r}{r^2}$$

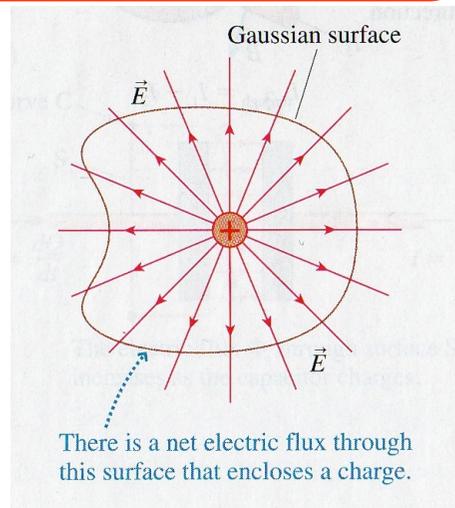
champ	$\vec{E}$	$\vec{B}$
sources	$dq$	$I d\vec{\ell}$
constantes	$\frac{1}{4\pi \epsilon_0}$	$\frac{\mu_0}{4\pi}$

## 4-Théorème de Gauss pour le champ magnétique

Le flux du champ magnétique à travers toute surface fermée est nul.

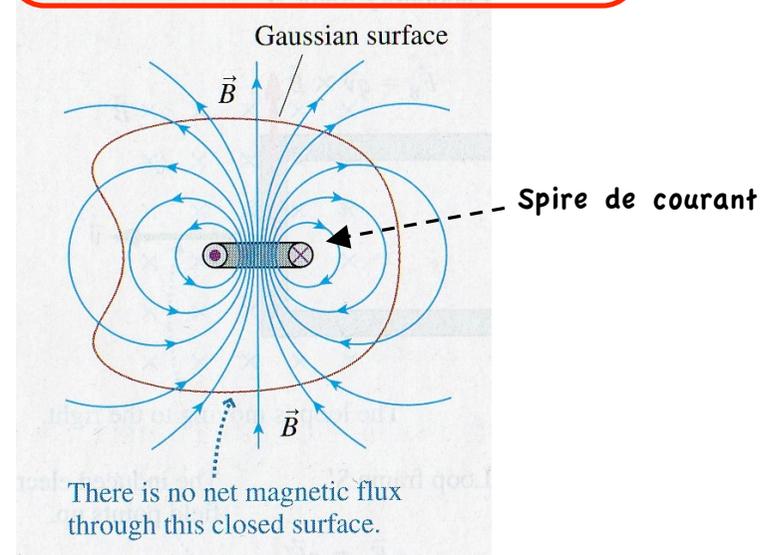
Théorème de Gauss pour  $\vec{E}$ :

$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot \vec{dA} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$



Théorème de Gauss pour  $\vec{B}$ :

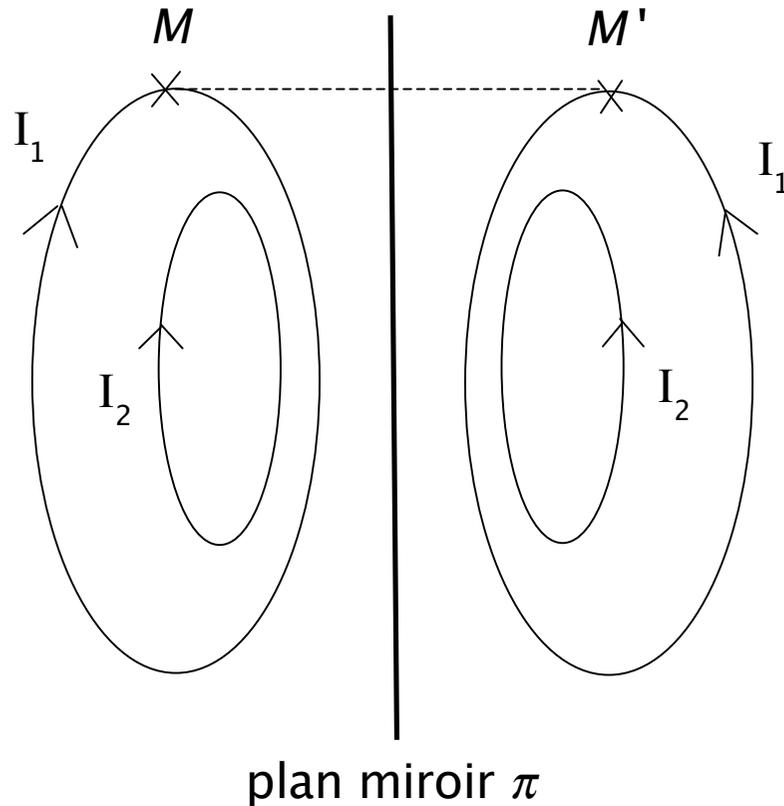
$$\Phi_B = \oiint \vec{B} \cdot \vec{dA} = 0$$



### Commentaires:

- ✓ Le théorème de Gauss pour le champ magnétique est **toujours vrai**, même en régime variable (c'est pour cela que l'on a employé le mot magnétique et pas magnétostatique). Il s'agit d'une propriété fondamentale du champ magnétique. Le théorème de Gauss constitue de ce fait une des quatre équations de Maxwell.
- ✓ Le fait que le flux du champ magnétique à travers une surface fermée soit toujours nul traduit l'**absence de charge magnétique** (les lignes de champ magnétique sont fermées).

### 5.1-Symétrie plane



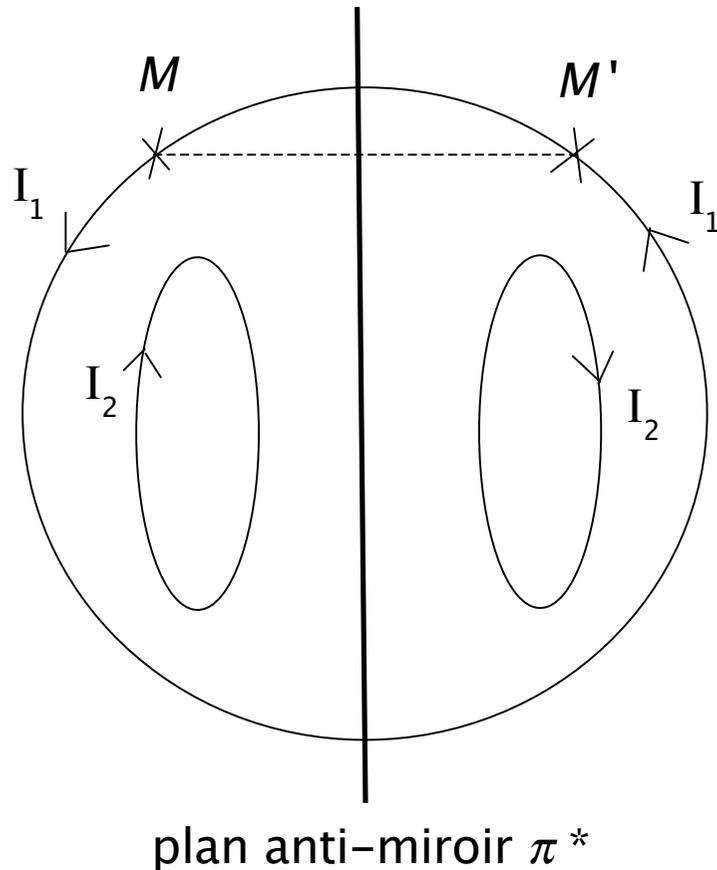
$M$  et  $M'$  deux points symétriques par rapport au plan miroir  $\pi$ .

La distribution filiforme de courant possède une symétrie plane par rapport au plan miroir  $\pi$  si:

→ Les circuits **orientés** sont inchangés par cette symétrie.

→  $I(M) = I(M')$

### 5.2-Antisymétrie plane



$M$  et  $M'$  deux points symétriques par rapport au plan anti-miroir  $\pi^*$ .

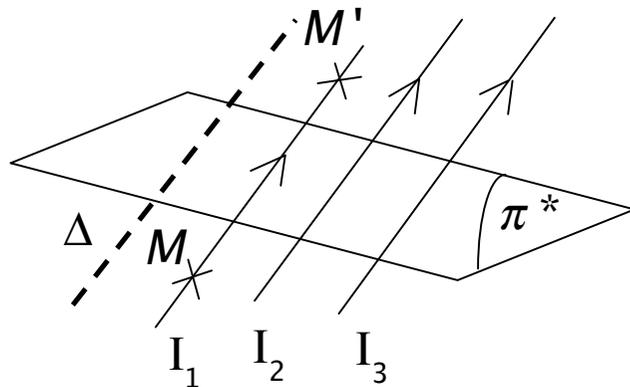
Le plan  $\pi^*$  est un plan d'antisymétrie pour la distribution de courant filiforme si lors d'une symétrie par rapport à  $\pi^*$  :

- Les circuits **non orientés** sont inchangés.
- L'orientation des circuits change de sens.
- $I(M) = I(M')$

## 5-Symétrie des distributions filiformes de courant

### 5.3-Invariance par translation par rapport à un axe $\Delta$

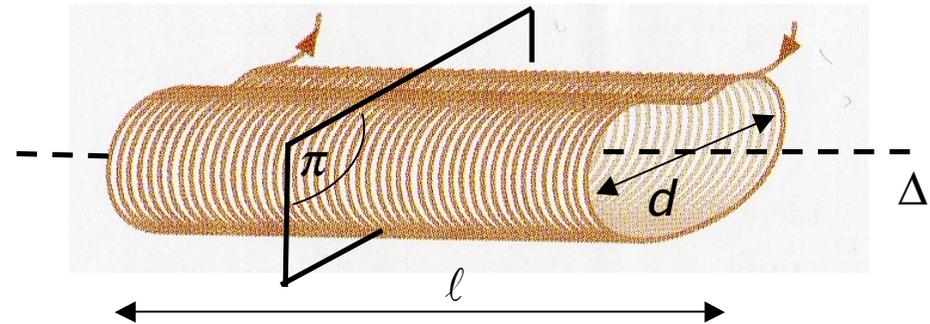
#### a) Courant parallèle à l'axe



La distribution est invariante par translation suivant  $\Delta$  si  $I(M) = I(M')$  pour tout  $M'$  translaté de  $M$  par rapport à  $\Delta$ .

- Une telle symétrie n'est possible que si les fils rectilignes sont infinis. Cela est incompatible avec la nécessité de fermer le circuit.
- Il s'agit d'une bonne approximation à faible distance du fil par rapport à sa longueur.

#### b) Courant dans un plan perpendiculaire à $\Delta$

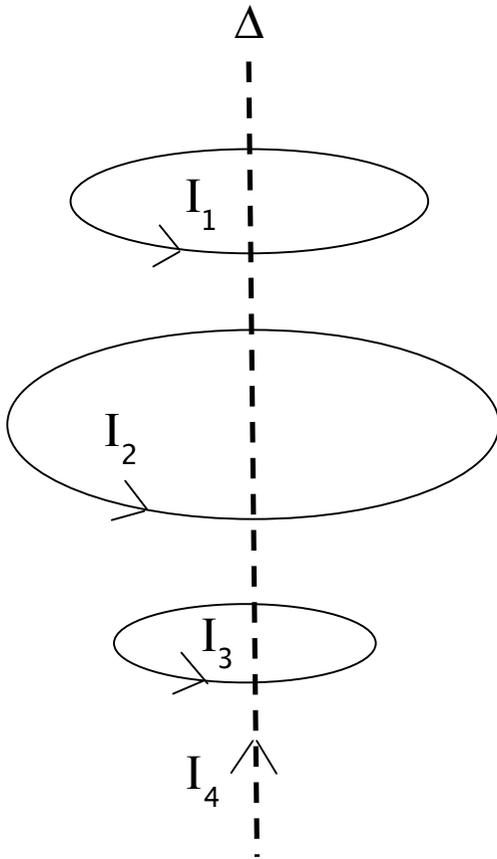


Cette distribution de courant peut être considérée comme invariante par translation selon  $\Delta$  si:

- $\ell$  est très grand par rapport à  $d$ .
- L'enroulement est très serré.

Dans ce cas, un observateur éloigné voit une **nappe de courant**.

### 5.4-Invariance par rotation autour de $\Delta$



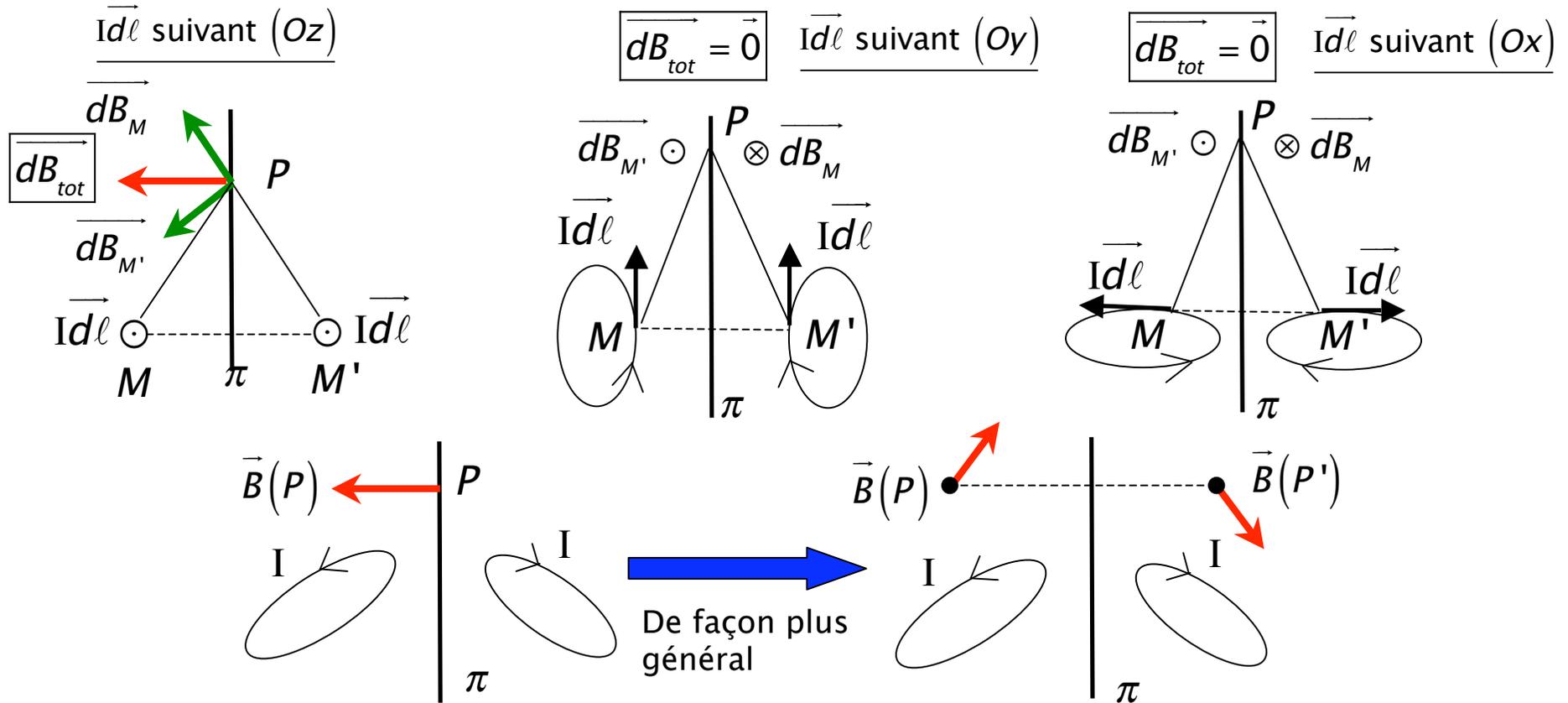
La distribution de courant est invariante par rotation autour de  $\Delta$  si elle est constituée par:

- Un ensemble de spires circulaires d'axe  $\Delta$ . Dans ce cas tout plan contenant  $\Delta$  est un plan anti-miroir.
- Un fil confondu avec l'axe  $\Delta$ . Dans ce cas, tout plan contenant l'axe  $\Delta$  est un plan miroir.

# 6-Propriétés de symétrie du champ magnétostatique

## 6.1-Symétrie plane

On considère une distribution filiforme de courant possédant une symétrie plane.



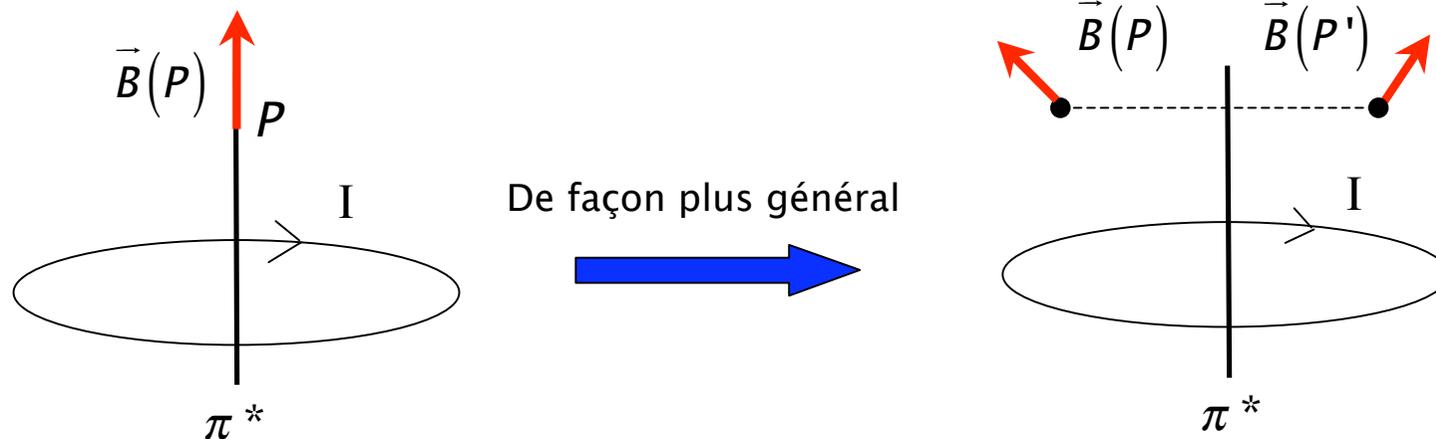
Pour une distribution de courant possédant une symétrie plane:

- Le champ magnétostatique en un point du plan miroir est **perpendiculaire** à ce plan.
- Deux points  $P$  et  $P'$  symétriques par rapport à  $\pi$  ont des champs magnétostatiques **antisymétriques** par rapport à  $\pi$ .

## 6-Propriétés de symétrie du champ magnétostatique

### 6.2-Antisymétrie plane

On considère une distribution filiforme de courant possédant une antisymétrie plane.



- Pour une distribution de courant possédant une antisymétrie plane:
- Le champ magnétostatique en un point du plan miroir **appartient** à ce plan.
  - Deux points  $P$  et  $P'$  symétriques par rapport à  $\pi$  ont des champs magnétostatiques **symétriques** par rapport à  $\pi$ .

On constate que pour des sources possédant une symétrie ou antisymétrie, les symétries du champ électrostatique et du champ magnétostatique sont contraires. Cela provient du fait que le champ magnétostatique est défini par un produit vectoriel, on dit que c'est un pseudo-vecteur.

## 6-Propriétés de symétrie du champ magnétostatique

### 6.3-Invariance par translation et rotation

#### a) Invariance par translation

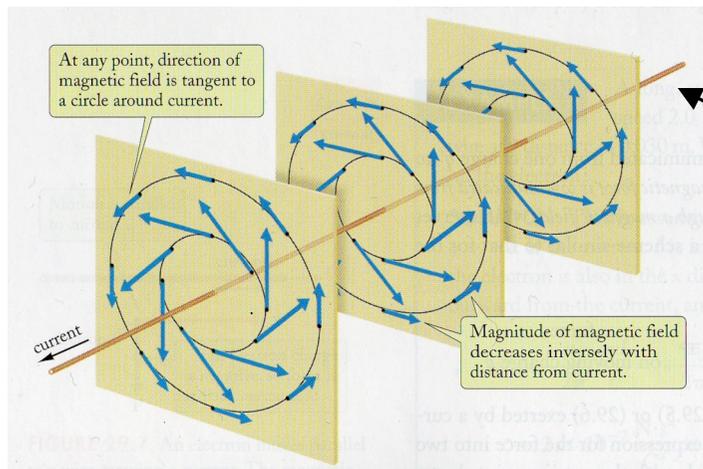
Si une distribution filiforme de courant est invariante par translation le long d'un axe, il en est de même du champ magnétostatique d'après le **principe de Curie**.

Soit  $(Oz)$  l'axe de translation.

En coordonnées cartésiennes,

$$\vec{B}(x,y,z) = \vec{B}(x,y),$$

indépendant de  $z$ .



Le champ créé par un fil infini est invariant par translation (le long du fil) et rotation (autour du fil)

#### b) Invariance par rotation

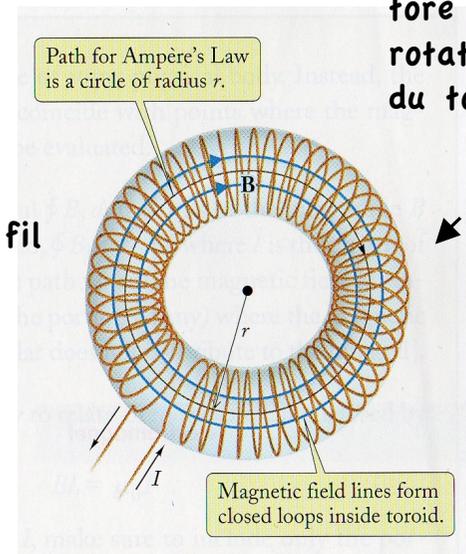
Si une distribution filiforme de courant est invariante par rotation autour d'un axe, il en est de même du champ magnétostatique d'après le **principe de Curie**.

Soit  $(Oz)$  l'axe de rotation.

En coordonnées cylindriques,

$$\vec{B}(r,\theta,z) = \vec{B}(r,z),$$

indépendant de  $\theta$ .



Le champ créé par un tore est invariant par rotation autour de l'axe du tore

# 7-Calcul du champ magnétostatique avec la loi de Biot et Savart

## 7.1-Méthode

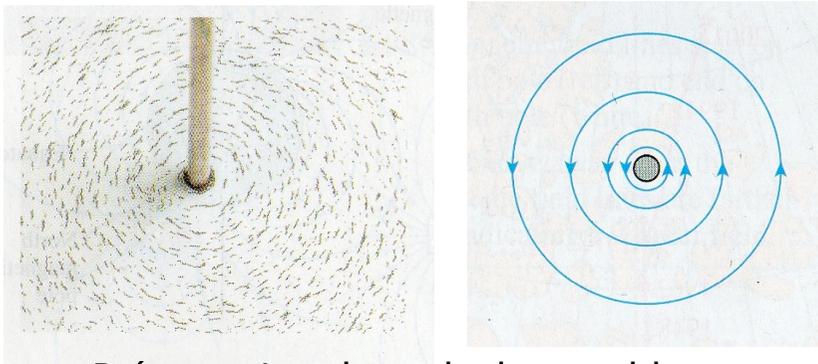
**Etape 1:** Utilisation des symétries pour déterminer la direction et le sens de  $\vec{B}$  ainsi que les variables dont il dépend.

**Etape 2:** Exprimer le champ élémentaire  $d\vec{B}$  produit par un élément de courant  $I d\vec{l}$ .

**Etape 3:** Projection de  $d\vec{B}$  sur la direction du champ déterminé grâce aux symétries.

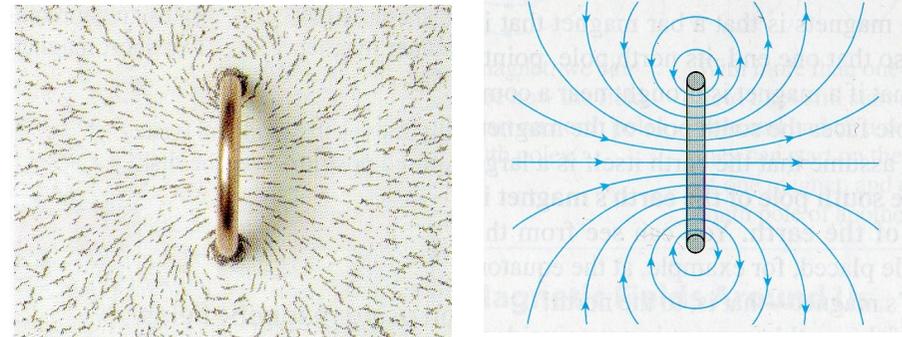
**Etape 4:** Sommation (intégration) pour avoir le champ total  $\vec{B}$ .

## 7.2-Champ d'un fil rectiligne fini et infini



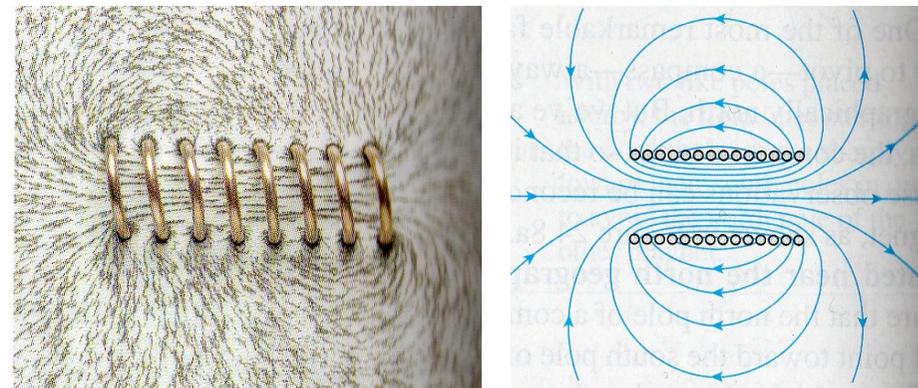
Présentation des calculs au tableau

## 7.3-Champ sur l'axe d'une spire circulaire



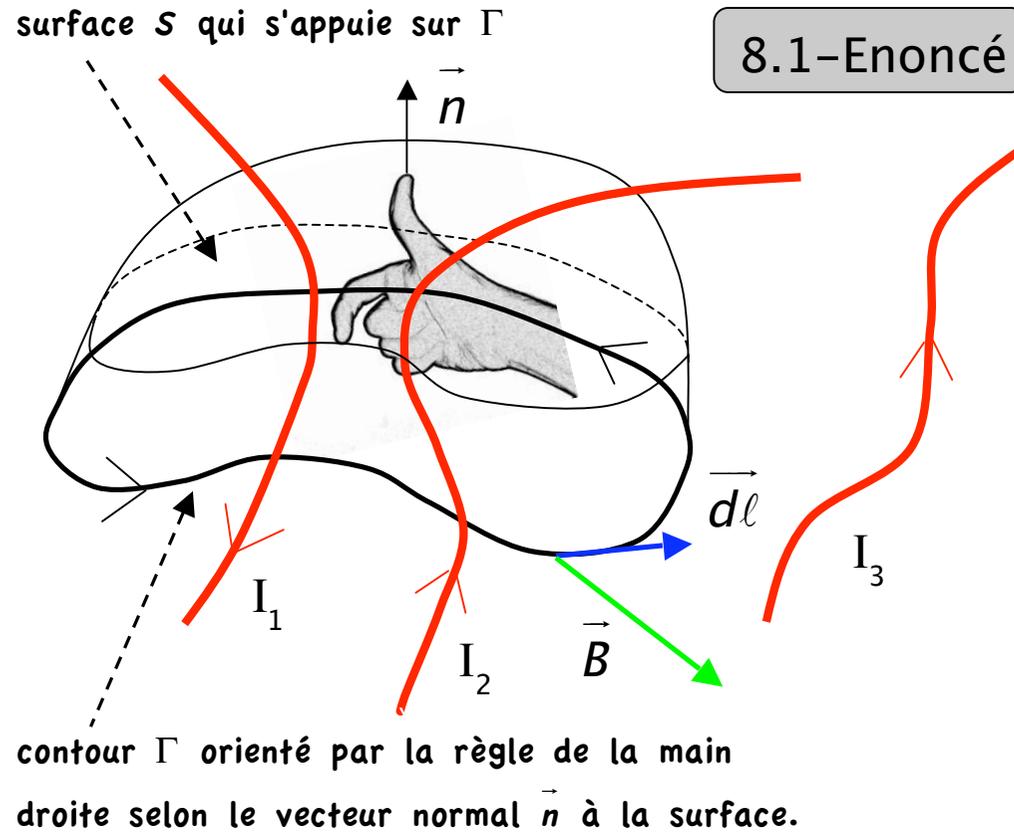
Présentation des calculs au tableau

## 7.4-Champ d'un solénoïde circulaire fini et infini



Présentation des calculs au tableau

## 8-Théorème d'Ampère, la circulation du champ magnétostatique



La **circulation** du champ magnétostatique  $\vec{B}$  le long du contour  $\Gamma$  est égale à la somme des courants enlacés par  $\Gamma$  multipliée par  $\mu_0$  :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_k I_{k \text{ enlacés}}$$

$I_k > 0$  si même sens que  $\vec{n}$ .

$I_k < 0$  si sens opposé à  $\vec{n}$ .

Sur l'exemple de la figure:  $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (I_2 - I_1)$

### Commentaires:

- ✓ Le théorème d'Ampère est une **équation globale**.
- ✓ Il n'est **vrai qu'en régime permanent**. Vous verrez en PT comment le modifier en régime variable.
- ✓ Le théorème d'Ampère permet de **calculer facilement le champ magnétostatique** pour des distributions de courants **ayant des symétries**. C'est l'équivalent du théorème de Gauss pour le champ électrostatique.



André-Marie Ampère  
(1775-1836),  
mathématicien et  
physicien français

## 9-Calcul du champ magnétostatique avec le théorème d'Ampère

### 9.2-Méthode

**Etape 1:** Utilisation des symétries pour déterminer la direction et le sens de  $\vec{B}$  ainsi que les variables dont il dépend. Il faut choisir un système de coordonnées adapté à la symétrie du problème.

**Etape 2:** Choisir un contour d'Ampère qui possède les mêmes propriétés de symétrie que la distribution filiforme de courant.

**Etape 3:** Application du théorème d'Ampère.

### 9.3-Exemple: retour sur le fil infini

Présentation des calculs au tableau. D'autres exemples en TD.

